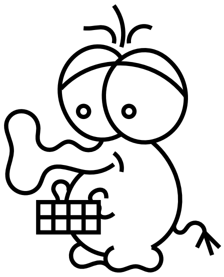
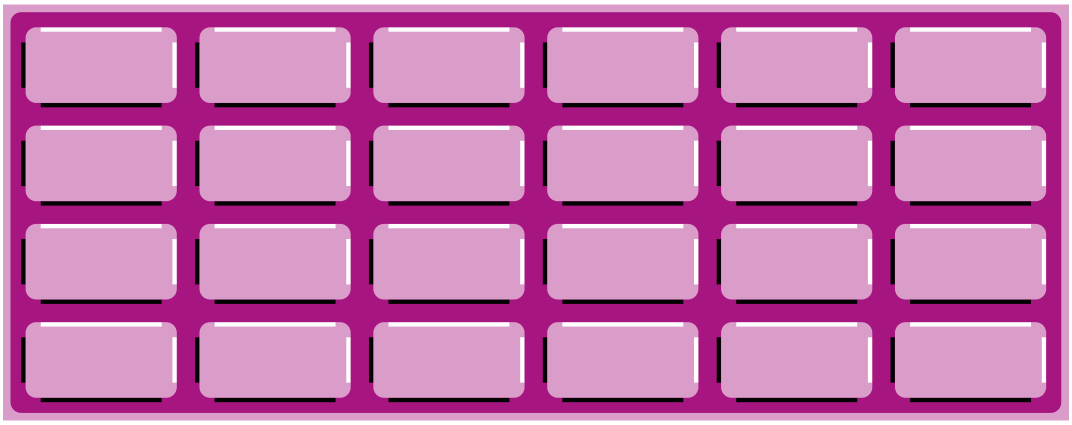
tohuwabohu-gluecklichmachung

Exposition

Überlege welches Problem auftaucht, wenn man 25 Schokoladenliebhaber mit der Schokoladentafel glücklich machen möchte.





Komplikation

Die *Mathematik macht* beliebig viele ($n \in \mathbb{N}$) Menschen *glücklich*.

Peripetie

Beispiel 1

Berechne, wie viele Schokoladenstückchen ein Schokoladenliebhaber an einem Tag isst, wenn zwei Schokoladenliebhaber an zwei Tagen zwei Schokoladenstückchen essen.

- Zwei Schokoladenliebhaber essen an einem Tag ein Schokoladenstückchen.
- Also isst ein Schokoladenliebhaber an einem Tag ein halbes Schokoladenstückchen.

Beispiel 2

Beweise die **Komplikation**.

Wir verwenden das mathematische Verfahren der vollständigen Induktion. Wir zeigen die Aussage erst für einen bestimmten Wert (Induktionsanfang). Dann zeigen wir, dass die Aussage für $n+1$ gilt, wenn die Aussage für n gilt (Induktionsschritt).

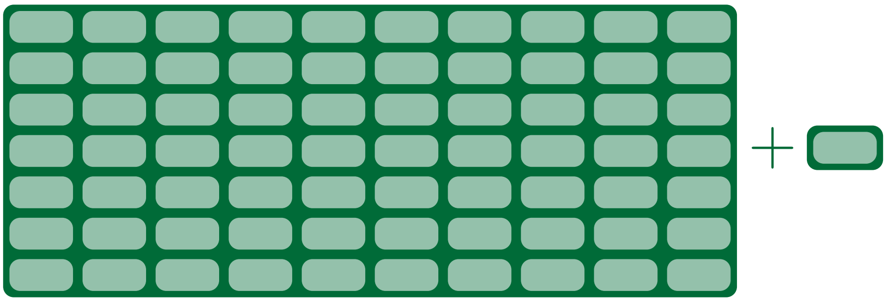
1. Induktionsanfang für $n = 70$: Die mathematische Schokolade besteht aus $7 \cdot 10 = 70$ Stückchen.
2. Induktionsschritt von n auf $n+1$: Angenommen es gibt $x \in n$:

$$70 + x = n$$

Stückchen Schokolade . Dann kann man aus den 70 Stücken wieder $70 + 1$ Stückchen machen. Somit gilt:

$$70 + 1 + x = n + 1$$

q.e.d.



Retardation

Aufgabe 1

1. Berechne, wie viele Schokoladenstückchen zwei Schokoladenliebhaber an zwei Tagen essen, wenn ein Schokoladenliebhaber an einem Tag ein Schokoladenstückchen isst.
2. Berechne, wie viele Schokoladenstückchen ein Schokoladenliebhaber an einem Tag isst, wenn drei Schokoladenliebhaber an drei Tagen drei Schokoladenstückchen essen.
3. Berechne, wie viele Schokoladenstückchen drei Schokoladenliebhaber an fünf Tagen essen, wenn fünf Schokoladenliebhaber an drei Tagen zwei Schokoladenstückchen essen.
4. Gib an, was die Antwort auf das Leben, das Universum und den ganzen Rest ist.

AFB I

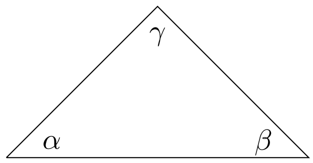
Aufgabe 2

Eine Schokoladentafel besteht aus 24 Stückchen, die in 4 Reihen zu je 6 Stückchen eingeteilt sind. Die Tafel soll in die 24 einzelnen Stückchen aufgeteilt werden. In jedem Schritt wird ein schon existierendes Teil genommen und entzwei gebrochen. (Übereinanderlegen und ähnliches ist verboten.) Ermittle, wie viele Schritte mindestens notwendig sind.

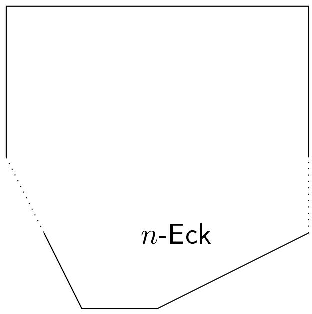
AFB II

Aufgabe 3

Zeige mit Hilfe der vollständigen Induktion (**Beispiel 2**), dass ein Polygon (Vieleck) mit n Ecken die Innenwinkelsumme von $(n-2) \cdot 180°$ hat. Starte beim Induktionsanfang mit einem Dreieck.



Dreieck



n-Eck

AFB III

Katastrophe

Lösung 1

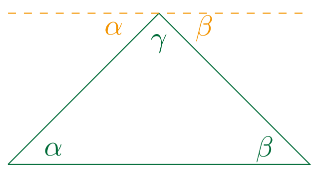
1. $2 \cdot 2 = 4$
2. $(3 : 3) : 3 = \frac{1}{3}$
3. $5 \cdot 3 = 3 \cdot 5$, also ist die Antwort 2.
4. 42

Lösung 2

Es sind immer genau 23 Schritte notwendig, da man in jedem Schritt die Anzahl der Teile um 1 erhöht.

Lösung 3

1. Induktionsanfang für $n = 3$: Im Dreieck beträgt die Summe der Innenwinkel $(3-2) \cdot 180° = 180°$. Das folgt direkt aus der Winkelsumme des Halbkreises und den Wechselwinkeln:



2. Induktionsschritt von n auf $n+1$: Unter der Annahme, dass die Aussage für ein n-Eck gilt kann man zeigen, dass sie auch für ein $(n+1)$-Eck gilt. Das Polygon wird durch das $n+1$. Eck um genau ein Dreieck erweitert, sodass sich die Innenwinkelsumme um $180°$ erhöht: