tohuwabohu-abiturvorbereitung
Ein Drama in fünf Akten.
421332025114168701

In vielen der etwas lässigeren Zivilisationen am äußersten Ostrand der Galaxis hat der Reiseführer Per Anhalter durch die Galaxis die große Encyclopaedia Galactica als Standard-Nachschlagewerk für alle Kenntnisse und Weisheiten inzwischen längst abgelöst. Denn obwohl er viele Lücken hat und viele Dinge enthält, die sehr zweifelhaft oder zumindest wahnsinnig ungenau sind, ist er dem älteren und viel langsameren Werk in zweierlei Hinsicht überlegen.
Erstens ist er ein bisschen billiger, und zweitens stehen auf seinem Umschlag in großen, freundlichen Buchstaben die Worte KEINE PANIK.

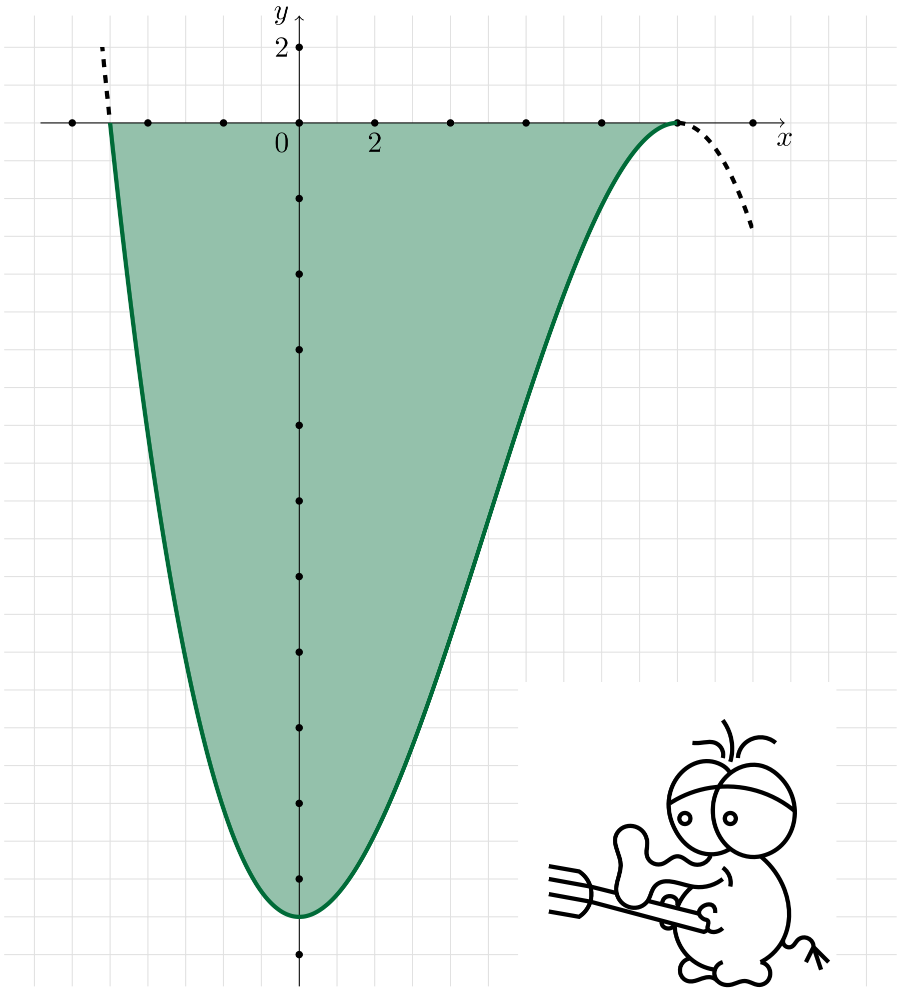
Exposition

KEINE PANIK

Komplikation

Ein T-Bone-Steak beziehungsweise ein Porterhouse-Steak ist ein Cut aus dem Rinderrücken. Es besteht aus einem größeren Teil Roastbeef und einem kleineren Teil Filet. Beide Teile sind durch einen T-förmigen Knochen getrennt. Ein T-Bone-Steak hat einen Filetanteil von mehr als 42 Prozent.

Fleeeeeeeeeisch is live, nanananana. Flalalalaleisch, nanananana.



Der Längsschnitt eines Steaks wird modelliert durch die Flächen zwischen dem Schaubild einer ganzrationalen Funktion dritten Grades und den Koordinatenachsen. Der T-förmige Knochen wird modelliert durch die Koordinatenachsen. Überlege, ob es sich bei dem Steak um ein T-Bone-Steak oder ein Porterhouse-Steak handelt.

Peripetie 1

Für die schriftliche Fachhochschulreifeprüfung sind nur die Inhalte der Seiten 1 bis 6 der Merkhilfe relevant, die nicht mit einem grauen Balken markiert sind.

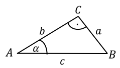
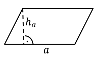
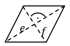
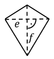
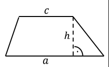
Relevante Inhalte nur für die Berufsoberschule (BOS) sind mit „nur BOS" ausgewiesen.

1 Zahlenmengen

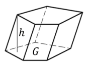
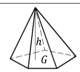
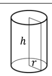
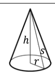
$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3; \ldots\}$	Menge der natürlichen Zahlen	$\mathbb{N}^* = \mathbb{N} \setminus \{0\}$
$\mathbb{Z} = \{\ldots; -2; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$	Menge der ganzen Zahlen	$\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$
$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \middle\vert a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*\right\}$	Menge der rationalen Zahlen	$\mathbb{Q}^* = \mathbb{Q} \setminus \{0\}$
$\mathbb{R}$	Menge der reellen Zahlen	$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$
$\mathbb{R}_+ = \{x \vert x \in \mathbb{R} \wedge x \geq 0\}$	Menge der nichtnegativen reellen Zahlen	$\mathbb{R}_+^* = \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$

2 Geometrie

Ebene Figuren A: Flächeninhalt u: Umfang

Dreieck $A = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$			
Rechtwinkliges Dreieck Satz des Pythagoras $c^2 = a^2 + b^2$ $\sin(\alpha) = \frac{a}{c}$ $\cos(\alpha) = \frac{b}{c}$ $\tan(\alpha) = \frac{a}{b}$			
Parallelogramm $A = a \cdot h_a$ 	Raute $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$ 	Drachen $A = \frac{1}{2} \cdot e \cdot f$ 	Trapez $A = \frac{1}{2} \cdot (a + c) \cdot h$ 
Kreis $A = \pi \cdot r^2$ $u = 2 \cdot \pi \cdot r$			

Körper V: Volumen O: Oberflächeninhalt M: Mantelflächeninhalt G: Grundflächeninhalt

Prisma $V = G \cdot h$ 	Pyramide $V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h$ 
Gerader Kreiszylinder $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ $M = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot h$ 	Gerader Kreiskegel $V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ $M = \pi \cdot r \cdot s$ 
Kugel $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$ $O = 4 \cdot \pi \cdot r^2$	

Warum kann ein Drachen, der kein Trapez ist, keine Raute sein?

Peripetie 2

3 Terme

Binomische Formeln

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

Potenzen und Wurzeln

mit $a, b \in \mathbb{R}_+^*$; $n \in \mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$; $r, s \in \mathbb{R}$

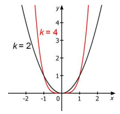
$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$ $\frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$ $a^r \cdot b^r = (ab)^r$ $\frac{a^r}{b^r} = \left(\frac{a}{b}\right)^r$

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$ $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$ $a^0 = 1$

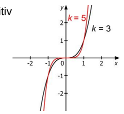
4 Funktionen und zugehörige Gleichungen

Potenzfunktion mit $f(x) = x^k$ mit $k \in \mathbb{Z}^*$

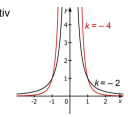
k gerade und positiv



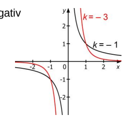
k ungerade und positiv



k gerade und negativ

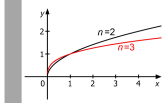


k ungerade und negativ



waagrechte Asymptote $y = 0$, senkrechte Asymptote $x = 0$

Wurzelfunktion mit $f(x) = \sqrt[n]{x} = x^{\frac{1}{n}}$ mit $n \in \mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$



Warum ist $42^0 = 1$?

421332025114168703

Peripetie 3

Potenzgleichung mit $n \in \mathbb{N} \setminus \{0; 1\}$ und $a \geq 0$

$x^n = a$	falls n gerade	$x_{1/2} = \pm\sqrt[n]{a}$
	falls n ungerade	$x = \sqrt[n]{a}$
$x^n = -a$	falls n ungerade	$x = -\sqrt[n]{a}$

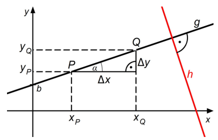
Polynomfunktion

Polynomfunktion ersten Grades (Lineare Funktion)

$f(x) = mx + b$

Das Schaubild ist eine Gerade mit der Steigung m und dem y-Achsenabschnitt b.

Steigung	$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$
Punkt-Steigungs-Form	$y = m(x - x_P) + y_P$
Steigungswinkel	$m = \tan(\alpha)$
Orthogonalität	$m_g \cdot m_h = -1 \Leftrightarrow g \perp h$



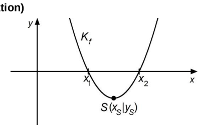
Polynomfunktion zweiten Grades (Quadratische Funktion)

$f(x) = ax^2 + bx + c$

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

Das Schaubild ist eine Parabel mit Scheitel S.

Scheitelform $\quad y = a(x - x_S)^2 + y_S$



Quadratische Gleichung

$ax^2 + bx + c = 0$	$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$	falls $b^2 - 4ac \geq 0$
$x^2 + px + q = 0$	$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$	falls $\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q \geq 0$

Polynomfunktion dritten Grades

$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ mit den Nullstellen x_1, x_2 und x_3

Polynomfunktion n-ten Grades

$f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$ mit Koeffizienten $a_i \in \mathbb{R}; a_n \neq 0$

Warum gilt die pq-Formel?

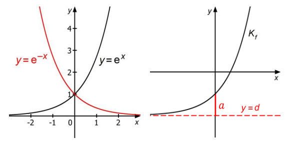
Peripetie 4

Exponentialfunktion

$f(x) = a \cdot q^x + d$ mit $a \neq 0; q > 0 \wedge q \neq 1$

$f(x) = a \cdot e^{bx} + d$ mit $a \neq 0; b \in \mathbb{R}^*$

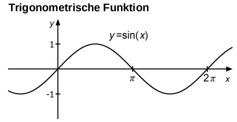
Asymptote $y = d$

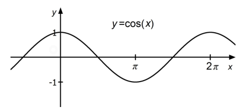


Exponentialgleichung mit $q, y \in \mathbb{R}^*_+$

$y = q^x \Leftrightarrow x = \log_q(y)$	$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln(y)$	
$q^x = e^{\ln(q) \cdot x}$	$e^{\ln(y)} = y$	$\ln(e^x) = x$

Trigonometrische Funktion

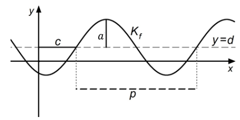




$f(x) = a \cdot \sin\big(b(x - c)\big) + d$ mit $a, b \neq 0$

Amplitude $\quad |a|$

Periode $\quad p = \frac{2\pi}{|b|}$



Transformationen

Das Schaubild von g entsteht aus dem Schaubild von f durch

Spiegelung	an der x-Achse	$g(x) = -f(x)$
	an der y-Achse	$g(x) = f(-x)$
Streckung	mit Faktor $\frac{1}{b}$ $(b > 0)$ in x-Richtung	$g(x) = f(b \cdot x)$
	mit Faktor a $(a > 0)$ in y-Richtung	$g(x) = a \cdot f(x)$
Verschiebung	um c in x-Richtung	$g(x) = f(x - c)$
	um d in y-Richtung	$g(x) = f(x) + d$

Warum ist die trigonometrische Tabelle überflüssig?

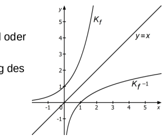
Warum ist die Ableitungsfunktion von $f(x) = x^2$ gegeben durch $f'(x) = 2 \cdot x$?

Peripetie 5

Umkehrfunktion

Ist eine Funktion f auf einem Intervall streng monoton (wachsend oder fallend), so ist f auf diesem Intervall umkehrbar.

Das Schaubild der Umkehrfunktion f^{-1} entsteht durch Spiegelung des Schaubildes von f an der ersten Winkelhalbierenden.



5 Analysis

Änderungsrate

Durchschnittliche / Mittlere Änderungsrate im Intervall $[x_1; x_2]$ $\quad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

Momentane / Lokale Änderungsrate an der Stelle x_0 $\quad f'(x_0)$

Ableitungsregeln

Summenregel	$f(x) = u(x) + v(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$
Faktorregel	$f(x) = a \cdot u(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x) = a \cdot u'(x)$
Kettenregel	$f(x) = u(v(x))$	$\Rightarrow$	$f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$
Produktregel	$f(x) = u(x) \cdot v(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

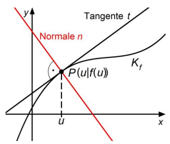
Spezielle Ableitungen / Stammfunktionen mit $C \in \mathbb{R}$

$f(x) = x^k$	$f'(x) = k \cdot x^{k-1}$	$F(x) = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C$	mit $k \neq -1$
$f(x) = e^{bx}$	$f'(x) = b \cdot e^{bx}$	$F(x) = \frac{1}{b} \cdot e^{bx} + C$	mit $b \in \mathbb{R}^*$
$f(x) = \ln(x)$	$f'(x) = \frac{1}{x}$		
$f(x) = \sin(bx)$	$f'(x) = b \cdot \cos(bx)$	$F(x) = -\frac{1}{b} \cdot \cos(bx) + C$	mit $b \in \mathbb{R}^*$
$f(x) = \cos(bx)$	$f'(x) = -b \cdot \sin(bx)$	$F(x) = \frac{1}{b} \cdot \sin(bx) + C$	mit $b \in \mathbb{R}^*$

Tangente und Normale

Tangentensteigung	$m_t = f'(u)$
Tangentengleichung	$y = f'(u)(x - u) + f(u)$
Normalensteigung	$m_n = -\frac{1}{f'(u)}$
Normalengleichung	$y = -\frac{1}{f'(u)}(x - u) + f(u)$

nur BOS



Warum benötigt man die Volumenformel nicht für lineare Randfunktionen?

Peripetie 6

Untersuchung von Funktionen und ihren Schaubildern

Symmetrie	$f(-x) = f(x)$	für alle x	$\Leftrightarrow$	K_f ist symmetrisch zur y-Achse
	$f(-x) = -f(x)$	für alle x	$\Leftrightarrow$	K_f ist symmetrisch zum Ursprung
Monotonie	$f'(x) \geq 0$	im Intervall J	$\Leftrightarrow$	f wächst monoton im Intervall J
	$f'(x) \leq 0$	im Intervall J	$\Leftrightarrow$	f fällt monoton im Intervall J
	$f'(x) > 0$	im Intervall J	$\Rightarrow$	f wächst streng monoton in J
	$f'(x) < 0$	im Intervall J	$\Rightarrow$	f fällt streng monoton in J
Krümmung	$f''(x) > 0$	im Intervall J	$\Rightarrow$	K_f ist im Intervall J linksgekrümmt
	$f''(x) < 0$	im Intervall J	$\Rightarrow$	K_f ist im Intervall J rechtsgekrümmt
Hochpunkt	$f'(x_0) = 0$ und			
	VZW +/- von $f'(x)$ bei x_0 oder $f''(x_0) < 0$		$\Rightarrow$	K_f hat den Hochpunkt $H(x_0 \vert f(x_0))$
Tiefpunkt	$f'(x_0) = 0$ und			
	VZW -/+ von $f'(x)$ bei x_0 oder $f''(x_0) > 0$		$\Rightarrow$	K_f hat den Tiefpunkt $T(x_0 \vert f(x_0))$
Wendepunkt	$f''(x_0) = 0$ und			
	VZW von $f''(x)$ bei x_0 oder $f'''(x_0) \neq 0$		$\Rightarrow$	K_f hat den Wendepunkt $W(x_0 \vert f(x_0))$

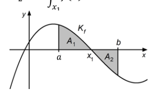
Berechnung bestimmter Integrale

$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$, wobei F eine Stammfunktion von f ist.

Flächenberechnung

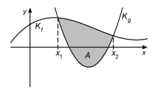
$A_1 = \int_a^{x_1} f(x)\,dx$

$A_2 = -\int_{x_1}^{b} f(x)\,dx$



$A = \int_{x_1}^{x_2} \big(f(x) - g(x)\big)\,dx$

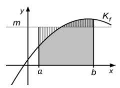
falls $f(x) \geq g(x)$ für $x \in [x_1; x_2]$



nur BOS

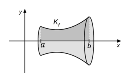
Mittelwert

$m = \frac{1}{b-a} \int_a^b f(x)\,dx$



Rotationsvolumen

$V = \pi \cdot \int_a^b \big(f(x)\big)^2\,dx$



Die Merkhilfe stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinn dar. Bezeichnungen werden nicht vollständig erklärt und Voraussetzungen für die Gültigkeit der Formeln in der Regel nicht dargestellt.

421332025114168705

Peripetie 7

6 Stochastik

Ereignis	Teilmenge der Ergebnismenge S eines Zufallsexperiments
Wahrscheinlichkeit P eines Ereignisses A	$0 \le P(\mathrm{A}) \le 1$ $\quad P(\mathrm{S}) = 1$
Gegenereignis $\bar{\mathrm{A}}$	$P(\bar{\mathrm{A}}) = 1 - P(\mathrm{A})$
Laplace-Experiment	Zufallsexperiment, bei dem alle Ergebnisse (Elementarereignisse) gleich wahrscheinlich sind
Laplace-Wahrscheinlichkeit	$P(\mathrm{A}) = \frac{\lvert\mathrm{A}\rvert}{\lvert\mathrm{S}\rvert} = \frac{\text{Anzahl der für A günstigen Ergebnisse}}{\text{Anzahl aller möglichen Ergebnisse}}$

Zusammengesetzte Ereignisse

Additionssatz	$P(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) + P(\mathrm{B}) - P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})$
Bedingte Wahrscheinlichkeit	$P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B}) = \frac{P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B})}{P(\mathrm{A})} \quad \Leftrightarrow \quad P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) \cdot P_{\mathrm{A}}(\mathrm{B})$
A und B stochastisch unabhängig	$P(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = P(\mathrm{A}) \cdot P(\mathrm{B})$

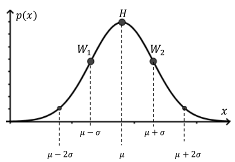
Zufallsgröße X mit den Werten $x_1, x_2, \ldots, x_n \in \mathbb{R}$

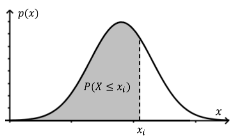
Erwartungswert $\quad E(X) = x_1 \cdot P(X = x_1) + x_2 \cdot P(X = x_2) + \ldots + x_n \cdot P(X = x_n)$

Normalverteilung

Stetige Zufallsgröße X mit Erwartungswert μ und Standardabweichung σ

Dichtefunktion $\quad p(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \qquad x \in \mathbb{R}$





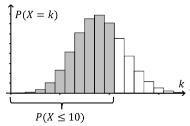
Warum gilt die Formel für stochastische Unabhängigkeit?

Peripetie 8

Binomialverteilung

Zufallsgröße X: Anzahl der Treffer k, Zahl der Versuche n, Trefferwahrscheinlichkeit p

Binomialkoeffizient	$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$ $\quad$ mit $n! = n \cdot (n-1) \cdot \ldots \cdot 2 \cdot 1$
Wahrscheinlichkeit	$P(X = k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$
Kumulierte Wahrscheinlichkeit	$P(X \le k) = P(X = 0) + P(X = 1) + \cdots + P(X = k)$



$P(X \le k) = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i} \cdot p^i \cdot (1-p)^{n-i}$

Erwartungswert	$E(X) = \mu = n \cdot p$
Varianz	$\sigma^2 = n \cdot p \cdot (1-p)$
Standardabweichung	$\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)}$

Eine Annäherung der Binomialverteilung durch die Normalverteilung gilt als brauchbar für $\sigma > 3$.

Sigma-Regeln

$P(\mu - \sigma \le X \le \mu + \sigma) \approx 68{,}3\%$	$P(\mu - 1{,}64\sigma \le X \le \mu + 1{,}64\sigma) \approx 90\%$
$P(\mu - 2\sigma \le X \le \mu + 2\sigma) \approx 95{,}4\%$	$P(\mu - 1{,}96\sigma \le X \le \mu + 1{,}96\sigma) \approx 95\%$
$P(\mu - 3\sigma \le X \le \mu + 3\sigma) \approx 99{,}7\%$	$P(\mu - 2{,}58\sigma \le X \le \mu + 2{,}58\sigma) \approx 99\%$

Vertrauensintervall

Näherungsweise bestimmtes Vertrauensintervall für die unbekannte Wahrscheinlichkeit p

$$\left[h - c \cdot \sqrt{\frac{h(1-h)}{n}} \; ; \; h + c \cdot \sqrt{\frac{h(1-h)}{n}} \right] \qquad \text{mit} \quad h = \frac{X}{n}$$

Vertrauenswahrscheinlichkeit	90%	95%	99%
c	1,64	1,96	2,58

Das Vertrauensintervall hat höchstens die Länge l, wenn für den Stichprobenumfang n gilt $n \ge \frac{c^2}{l^2}$.

Warum berechnet sich der Erwartungswert einer Binomialverteilung durch $n \cdot p$?

421332025114168706

Peripetie 9

Statistische Tests

nur BOS

Mögliche Fehler beim Testen einer Hypothese H_0

	H_0 ist wahr	H_0 ist falsch
H_0 wird verworfen	Fehler 1. Art	richtige Entscheidung
H_0 wird nicht verworfen	richtige Entscheidung	Fehler 2. Art

Die Irrtumswahrscheinlichkeit α ist die größtmögliche Wahrscheinlichkeit, einen Fehler 1. Art zu begehen.

Einseitiger Signifikanztest

	Nullhypothese H_0	Gegenhypothese H_1	Kriterium	Ablehnungsbereich
linksseitig	$H_0: p \geq p_0$	$H_1: p < p_0$	$P(X \leq g) \leq \alpha$	$\{0; 1; \ldots; g\}$
rechtsseitig	$H_0: p \leq p_0$	$H_1: p > p_0$	$P(X \geq g) \leq \alpha$	$\{g; \ldots; n\}$

Nur im allgemeinbildenden Gymnasium relevant.

Peripetie 10

7 Vektorgeometrie

Betrag eines Vektors $|\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$

Einheitsvektor $\vec{a_0} = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|}$

Länge der Strecke AB $|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{(b_1 - a_1)^2 + (b_2 - a_2)^2 + (b_3 - a_3)^2}$

Mittelpunkt M einer Strecke AB $\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB})$

Skalarprodukt $\vec{a} \cdot \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = a_1 b_1 + a_2 b_2 + a_3 b_3$

Winkel φ zwischen zwei Vektoren $\cos(\varphi) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|}$ $\quad 0° \leq \varphi \leq 180°$

Orthogonalität $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0$

Vektorprodukt $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_2 b_3 - a_3 b_2 \\ a_3 b_1 - a_1 b_3 \\ a_1 b_2 - a_2 b_1 \end{pmatrix}$

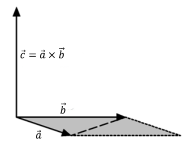
$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} \Rightarrow \vec{c} \perp \vec{a}$ und $\vec{c} \perp \vec{b}$

mit $\vec{a}$ und $\vec{b}$ keine Vielfachen voneinander

nur BOS

Flächeninhalt eines Parallelogramms $A = |\vec{a} \times \vec{b}|$

Flächeninhalt eines Dreiecks $A = \frac{1}{2}|\vec{a} \times \vec{b}|$



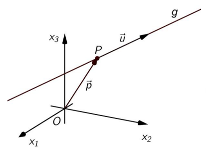
Warum sind Vektoren rechtwinklig, wenn deren Skalarprodukt 0 ist?

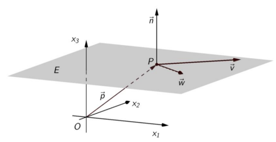
421332025114168707

Peripetie 11

Gerade und Ebene im Raum

mit Stützvektor $\overrightarrow{OP} = \vec{p}$, Richtungsvektor $\vec{u}$, Spannvektoren $\vec{v}, \vec{w}$ und Normalenvektor $\vec{n}$





Parameterform	$g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u}$ mit $r \in \mathbb{R}$	$E: \vec{x} = \vec{p} + s \cdot \vec{v} + t \cdot \vec{w}$	mit $s, t \in \mathbb{R}$
Koordinatenform		$E: n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 = b$	mit $b \in \mathbb{R}$
nur BOS Normalenform		$E: (\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n} = 0$	

Winkel

zwischen zwei Geraden	$\cos(\alpha) = \frac{\lvert\vec{u_1} \cdot \vec{u_2}\rvert}{\lvert\vec{u_1}\rvert \cdot \lvert\vec{u_2}\rvert}$	$0° \leq \alpha \leq 90°$
zwischen Gerade und Ebene	$\sin(\alpha) = \frac{\lvert\vec{u} \cdot \vec{n}\rvert}{\lvert\vec{u}\rvert \cdot \lvert\vec{n}\rvert}$	$0° \leq \alpha \leq 90°$
nur BOS zwischen zwei Ebenen	$\cos(\alpha) = \frac{\lvert\vec{n_1} \cdot \vec{n_2}\rvert}{\lvert\vec{n_1}\rvert \cdot \lvert\vec{n_2}\rvert}$	$0° \leq \alpha \leq 90°$

Abstand

zwischen Punkt A und Ebene $E: (\vec{x} - \vec{p}) \cdot \vec{n} = 0$ $\qquad d = \left|\frac{(\vec{a} - \vec{p}) \cdot \vec{n}}{\lvert\vec{n}\rvert}\right|$

zwischen Punkt A und Ebene $E: n_1x_1 + n_2x_2 + n_3x_3 = b$ $\qquad d = \left|\frac{n_1a_1 + n_2a_2 + n_3a_3 - b}{\sqrt{n_1^2 + n_2^2 + n_3^2}}\right|$

nur BOS

zwischen zwei windschiefen Geraden $\qquad d = \left|\frac{(\vec{q} - \vec{p}) \cdot \vec{n}}{\lvert\vec{n}\rvert}\right|$

$g: \vec{x} = \vec{p} + r \cdot \vec{u}$ und $h: \vec{x} = \vec{q} + s \cdot \vec{v}$ mit $\vec{n} = \vec{u} \times \vec{v}$

Warum benötigt man für den Winkel zwischen Gerade und Ebene die Sinusfunktion?

Peripetie 12

8 Matrizen

Addition

Man kann Matrizen nur addieren, wenn sie in ihrer Zeilen- und Spaltenanzahl übereinstimmen.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + b_{11} & a_{12} + b_{12} \\ a_{21} + b_{21} & a_{22} + b_{22} \end{pmatrix}$$

Multiplikation mit einem Skalar

$$r \cdot \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot a_{11} & r \cdot a_{12} \\ r \cdot a_{21} & r \cdot a_{22} \end{pmatrix} \text{ mit } r \in \mathbb{R}$$

Matrizenmultiplikation

Zwei Matrizen $\boldsymbol{A}$ und $\boldsymbol{B}$ können nur dann miteinander multipliziert werden, wenn die Spaltenanzahl von $\boldsymbol{A}$ mit der Zeilenanzahl von $\boldsymbol{B}$ übereinstimmt.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \\ b_{31} & b_{32} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} \cdot b_{11} + a_{12} \cdot b_{21} + a_{13} \cdot b_{31} & a_{11} \cdot b_{12} + a_{12} \cdot b_{22} + a_{13} \cdot b_{32} \\ a_{21} \cdot b_{11} + a_{22} \cdot b_{21} + a_{23} \cdot b_{31} & a_{21} \cdot b_{12} + a_{22} \cdot b_{22} + a_{23} \cdot b_{32} \end{pmatrix}$$

Im Allgemeinen gilt: $\qquad \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \neq \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{A}$

Einheitsmatrix

$$\boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \qquad \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{A} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{E} = \boldsymbol{A}$$

Inverse Matrix

Für eine invertierbare Matrix $\boldsymbol{A}$ und ihre Inverse $\boldsymbol{A}^{-1}$ gilt: $\boldsymbol{A}^{-1} \cdot \boldsymbol{A} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{A}^{-1} = \boldsymbol{E}$

Potenz einer Matrix

Für eine quadratische Matrix $\boldsymbol{A}$ gilt: $\boldsymbol{A}^n = \underbrace{\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{A} \cdot \ldots \cdot \boldsymbol{A}}_{n \text{ Faktoren}}$

Unterschiede Wirtschaftsgymnasium und technisches Gymnasium.

421332025114168708

Peripetie 13

Abbildungsmatrizen

Abbildung α

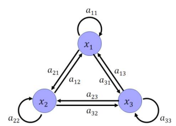
$\alpha(\vec{x}) = \vec{x}' = \boldsymbol{A} \cdot \vec{x} + \vec{c}$ mit $\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$

Spezielle Abbildungen

Verschiebung um $\vec{c}$	$\alpha(\vec{x}) = \vec{x} + \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \end{pmatrix}$
Spiegelung an der x_1-Achse	$\alpha(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$
Spiegelung an der x_2-Achse	$\alpha(\vec{x}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$
Spiegelung am Ursprung	$\alpha(\vec{x}) = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$
Streckung in x_1-Richtung mit Faktor $a \in \mathbb{R}$	$\alpha(\vec{x}) = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$ $a = 0$: Orthogonalprojektion auf die x_2-Achse
Streckung in x_2-Richtung mit Faktor $a \in \mathbb{R}$	$\alpha(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$ $a = 0$: Orthogonalprojektion auf die x_1-Achse
Streckung am Ursprung mit Faktor $a \in \mathbb{R}$	$\alpha(\vec{x}) = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$
Drehung um den Ursprung mit Winkel φ	$\alpha(\vec{x}) = \begin{pmatrix} \cos(\varphi) & -\sin(\varphi) \\ \sin(\varphi) & \cos(\varphi) \end{pmatrix} \cdot \vec{x}$

Übergangsprozesse

$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$



Stochastische Matrix	alle Elemente nicht negativ und Spaltensummen gleich 1
Aus Verteilung $\vec{x}$ wird Verteilung $\vec{y}$	$\boldsymbol{A} \cdot \vec{x} = \boldsymbol{A} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \vec{y}$
Stabilitätsvektor $\vec{x}$	$\boldsymbol{A} \cdot \vec{x} = \vec{x}$
Zyklischer Prozess	$\boldsymbol{A}^k = \boldsymbol{E}$ für ein $k > 1$

Peripetie 14

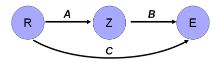
Produktionsprozesse

Ausgangszustand R; Zwischenzustand Z; Endzustand E

Rohstoff-Zwischenprodukt-Matrix $\boldsymbol{A}$

Zwischenprodukt-Endprodukt-Matrix $\boldsymbol{B}$

Rohstoff-Endprodukt-Matrix $\boldsymbol{C}$



Verbrauchs- und Produktionsvektoren

Rohstoffe $\vec{r}$, Zwischenprodukte $\vec{z}$, Endprodukte $\vec{p}$

$\vec{r} = \boldsymbol{A} \cdot \vec{z}$ $\quad \vec{z} = \boldsymbol{B} \cdot \vec{p}$ $\quad \vec{r} = \boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} \cdot \vec{p} = \boldsymbol{C} \cdot \vec{p}$

Kostenvektoren (variable Kosten pro Mengeneinheit)

Materialkosten $\vec{k_R}$, Fertigungskosten der Zwischenprodukte $\vec{k_Z}$,
Fertigungskosten der Endprodukte $\vec{k_E}$

variable Herstellkosten (pro Mengeneinheit eines Endproduktes) $\vec{k_v} = \vec{k_R} \cdot \boldsymbol{C} + \vec{k_Z} \cdot \boldsymbol{B} + \vec{k_E}$

Gesamtkosten $K = \vec{k_v} \cdot \vec{p} + K_{\text{fix}}$

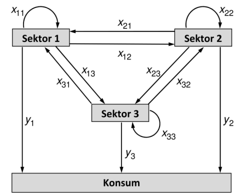
nur BOS

Leontief-Modell

Input-Output-Matrix

$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} \end{pmatrix}$

wobei x_{ij} die Lieferung des Sektors i an den Sektor j darstellt.

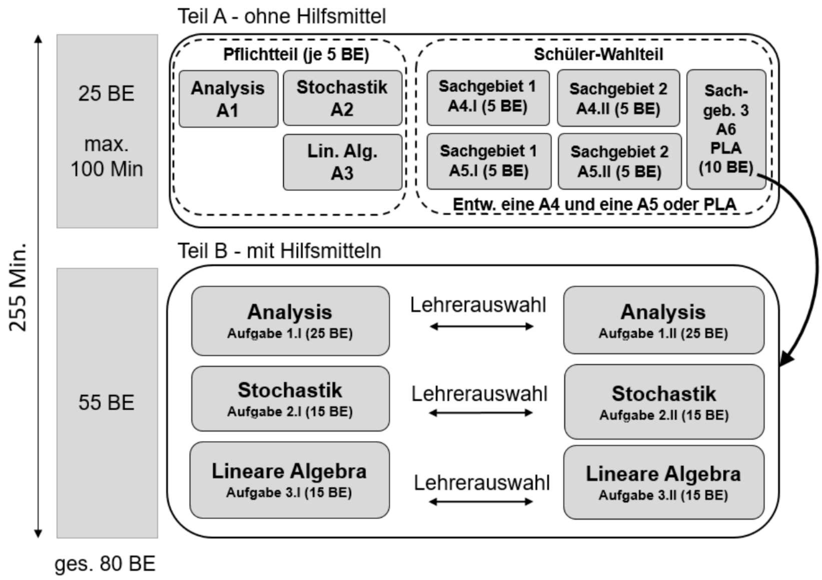


Produktionsvektor	$\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$
Konsumvektor	$\vec{y} = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{pmatrix}$
Technologiematrix	$\boldsymbol{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$ mit $a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$
Es gilt:	$(\boldsymbol{E} - \boldsymbol{A}) \cdot \vec{x} = \vec{y}$
Interner Verbrauch	$\vec{v} = \boldsymbol{A} \cdot \vec{x}$

Die Merkhilfe stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinn dar. Bezeichnungen werden nicht vollständig erklärt und Voraussetzungen für die Gültigkeit der Formeln in der Regel nicht dargestellt.

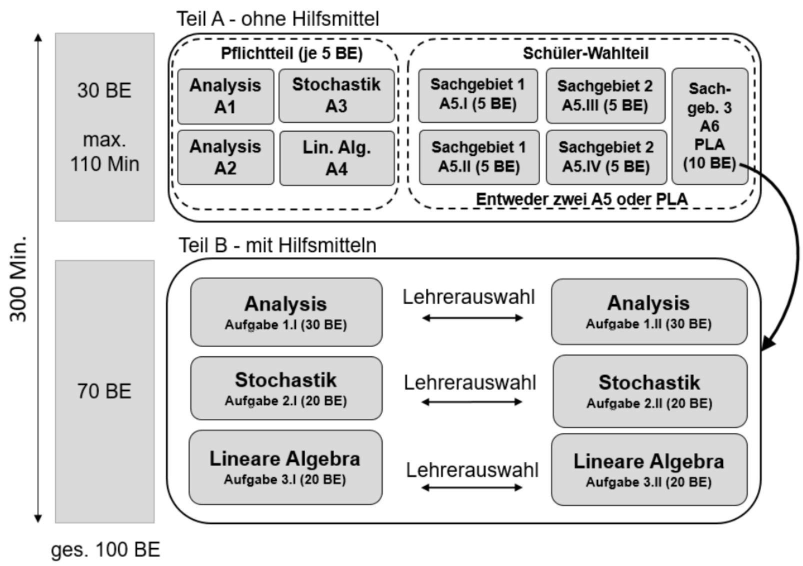
Peripetie 15

So ist der Ablauf des Abiturs im grundlegenden Anforderungsniveau:



Peripetie 16

So ist der Ablauf des Abiturs im erhöhten Anforderungsniveau:



1. Gib die ersten beiden Ableitungsfunktionen von f an, wenn gilt: Teil A - Pflichtteil

$$f(x) = \sin(x) \cdot x$$

2. Gib eine Nullstelle von f an, wenn gilt: eAn

$$f(t) = \int_{-2}^{t} e^x \cdot dx$$

3. Eine faire Münze mit Ergebnismenge $E = \{K;\ Z\}$ wird vier Mal zufällig geworfen. Gib die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A an, wenn gilt:

$$A = \{ \text{ Die Münze landet vier Mal auf derselben Seite } \}$$

4. Gib zwei Vektoren an, die gleich lang sind und rechtwinklig zueinander stehen.

5. Gib den Schnittpunkt von g und h für $a \in \mathrm{R} \setminus \{-0,5\}$ an, wenn gilt: Teil A - Wahlteil

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ a \\ 0 \end{pmatrix}; \qquad r_2 : \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

6. Gib eine Gerade an, die von der Ebene E den Abstand 42 hat, wenn gilt:

$$E : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$

7. Gib an, wo sich ein Baby befindet, wenn gilt: Das Alter des Babies mit sich selbst multipliziert ergibt ein Prozent des Alters der Mutter und die Summe des Alters des Babies und seiner Mutter ergbit $39,5$. PLA

8. Das Schaubild der Funtion g ist gegeben durch: Teil B - Analysis

$$g(x) = \cos(u \cdot x) + v$$

g hat in $-3 \leq x \leq 3$ nur die drei Extrempunkte $T_1(-2|3)$; $H(0|4)$ und $T_2(2|3)$. Gib die Werte von u und v an.

9. Ein Jäger schießt während einer Jagdveranstaltung 80-Mal zufällig auf flüchtendes Rotwild. Er trifft mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0,125$. Die Zufallsvariable X zählt die Anzahl der Treffer. Gib jeweils die Wahrscheinlichkeit an. Teil B - Stochastik

$$P(X = 10); \qquad P(X \leq 7); \qquad P(X > 20)$$

10. Ein fliegendes Handtuch kann modelliert werden durch eine Ebene E_{PQR}, auf der die Punkte $P(3|1|1)$; $Q(0|4|0)$ und $R(1|1|2)$ liegen. Gib eine mögliche Ebenengleichung an. Teil B - Lineare Algebra

11. Gib die Lösungsmenge der Gleichung an, wenn gilt:

$$\frac{2}{3}x - \frac{1}{3} = \frac{2}{6}$$

angeben, nennen: für die Angabe bzw. Nennung ist keine Begründung notwendig

12. Begründe, warum die Gleichung keine Lösung hat.

$$2 \cdot \cos(x) + 1 = 4$$

begründen, nachweisen, zeigen: Aussagen oder Sachverhalte sind durch logisches Schließen zu bestätigen. Die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren), das Vorgehen ist darzustellen

13. Berechne die Lösungen der Gleichung.

$$x^3 - 2x^2 = x$$

berechnen: die Berechnung ist ausgehend von einem Ansatz darzustellen

14. Beschreibe, wie man die Anzahl der Lösungen abhängig von a und c berechnen kann.

$$a \cdot x^2 + x + c = 0$$

beschreiben: bei einer Beschreibung kommt einer sprachlich angemessenen Formulierung und gegebenenfalls einer korrekten Verwendung der Fachsprache besondere Bedeutung zu, eine Begründung für die Beschreibung ist nicht notwendig

15. Bestimme näherungsweise eine Lösung der Gleichung.

$$e^x = x^2$$

bestimmen, ermitteln: die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren), das Vorgehen ist darzustellen

16. Beurteile die zur Gleichung gefundene Lösungsmenge.

$$2x^3 = -54; \qquad L = \{\}$$

beurteilen: das zu fällende Urteil ist zu begründen

17. Deute die zur Gleichung gefundene Lösungsmenge.

$$\sin(2x) = 1; \qquad L = \{0, 5\pi\}$$

deuten, interpretieren: die Deutung bzw. Interpretation stellt einen Zusammenhang her z. B. zwischen einer grafischen Darstellung, einem Term oder dem Ergebnis einer Rechnung und einem vorgegebenen Sachzusammenhang

18. Erläutere, welcher Denkfehler gemacht wurde.

$$x^6 - 4x^2 = 0 \qquad \rightarrow \qquad a^2 - 4a = 0$$

erläutern: die Erläuterung liefert Informationen, mithilfe derer sich z. B. das Zustandekommen einer grafischen Darstellung oder ein mathematisches Vorgehen nachvollziehen lassen

19. Entscheide, ob die Gleichung eine Lösung besitzt.

$$e^{0,3x+2} = 10^{-256}$$

entscheiden: für die Entscheidung ist keine Begründung notwendig

20. Stelle die Gleichung und ihre Lösung graphisch dar.

$$-\frac{1}{3} \cdot x + 2 = 0,5 \cdot x$$

grafisch darstellen, zeichnen: die grafische Darstellung bzw. Zeichnung ist möglichst genau anzufertigen

21. Untersuche die Gleichung auf Lösbarkeit.

$$3e^{2x} - 2e^{x} = 1$$

untersuchen: die Art des Vorgehens kann – sofern nicht durch einen Zusatz anders angegeben – frei gewählt werden (z. B. Anwenden rechnerischer oder grafischer Verfahren), das Vorgehen ist darzustellen

22. Die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f ist gegeben durch $f(x) = 2 \cdot e^x$. Ordne die Werte ihrer Größe nach:

$$f(0);\ f'(1) \text{ und } \int_0^1 f(x)\,dx$$

23. Berechne jeweils die Ableitungsfunktion.

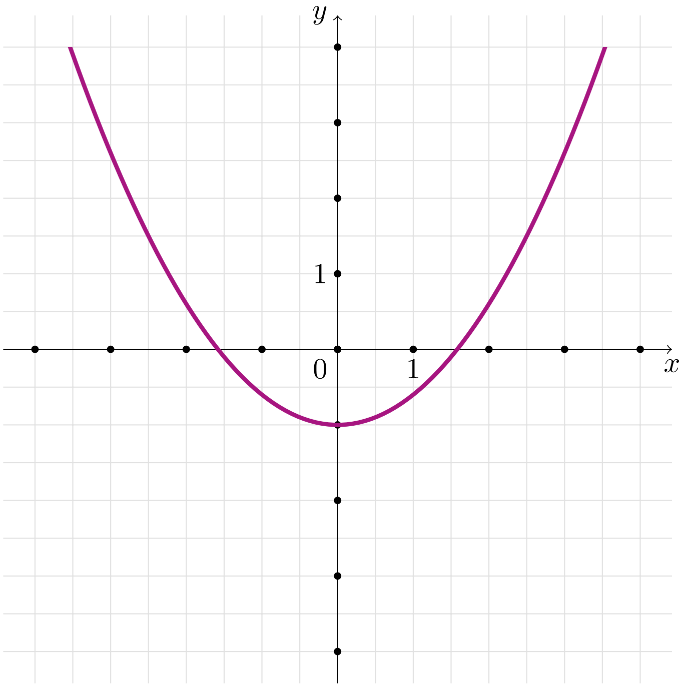
$$\begin{aligned}
a(x) &= 3 \cdot x^2 - 4 \cdot x + 5 \\
b(x) &= x^{-1} + 2 \cdot \sqrt{x} - x^{0,1} \\
c(x) &= \sin(x) + \cos(x) \\
d(x) &= (x-2)^4 \\
e(x) &= \sqrt{x^2 - 4 \cdot x + 4} \\
f(x) &= \sin(x^2) - (\sin(x))^2 \\
g(x) &= x \cdot \cos(x) \\
h(x) &= e^x \cdot \sqrt{x} \\
i(x) &= \sin(x) \cdot x \cdot e^x \\
j(x) &= x^2 \cdot \sin(x^2) \\
k(x) &= \sin(x)^2 + \cos(x)^2 \\
l(x) &= \ln(2 \cdot x) \cdot x \\
m(x) &= \tan(x) \\
n(x) &= \ln(x) \cdot x - x
\end{aligned}$$

eAn

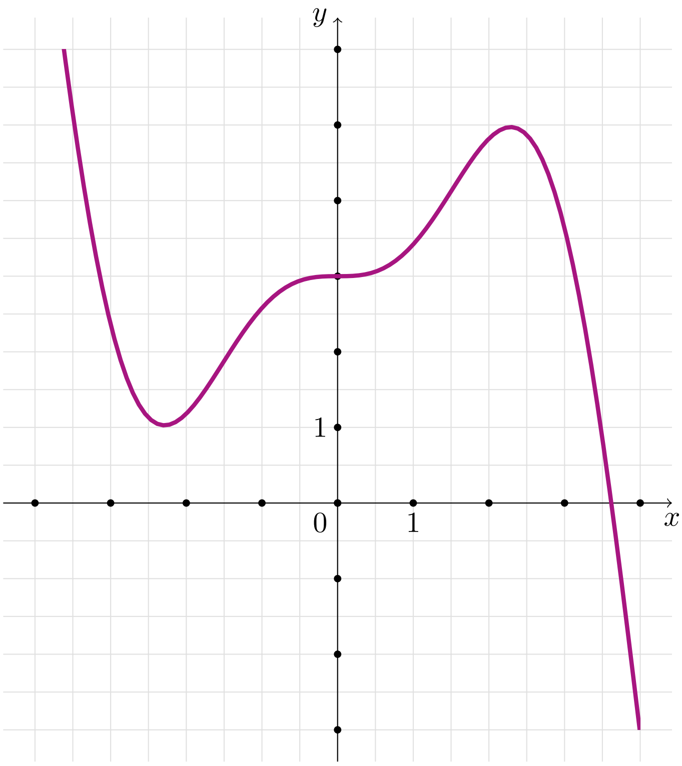
eAn

eAn

24. Skizziere zum angegebenen Schaubild jeweils die ersten beiden Ableitungsfuntionen.



NEW-Regel



4213320251141687018

25. Ermittle jeweils alle Hochpunkte und das Maximum im angegebenen Intervall.

$a(x) = -0,2 \cdot (x-3)^2 + 1 \qquad x \in [1;\ 5]$

$b(x) = \sin(2x+2) \qquad x \in [0;3]$

26. Ermittle jeweils alle Tiefpunkte und das Minimum im angegebenen Intervall.

$a(x) = e^x \cdot x^2 \qquad x \in [-5;\ 5]$

$b(x) = x^3 - 2x \qquad x \in [-1,7;\ 1]$

27. Gib jeweils eine Wendestelle an.

$a(x) \; = (x^2 - 7x + 12)(x - 5)$

$b(x) \; = \sin(x + 1) + 1$

28. Entscheide jeweils, ob es einen Sattelpunkt gibt.

$a(x) \; = x^3 - x$

$b(x) \; = \sin(x) \cdot x$

29. Bestimme die Gleichung einer Tangente des Schaubildes von f mit Steigung $m = 0,5$, wenn gilt:

$$f(x) = (x-3)^2 + 2$$

30. Bestimme die Gleichung einer Tangente des Schaubildes von f an der Stelle $x = 1$, wenn gilt:

$$f(x) = 2 \cdot \sin(x-1)$$

31. Bestimme die Gleichung aller Tangenten des Schaubildes von f durch $P(0|-2)$, wenn gilt: eAn

$$f(x) = 2 \cdot e^x$$

32. Ermittle eine mögliche trigonometrische Funktionsgleichung, deren Schaubild einen Hochpunkt bei $H(0|5)$ und einen Tiefpunkt bei $T(5|1)$ hat.

33. Ermittle eine mögliche ganzrationale Funktionsgleichung dritten Grades, die einen Hochpunkt bei $H(0|4)$ und einen Tiefpunkt bei $T(3|0)$ hat.

34. Ermittle eine mögliche ganzrationale Funktionsgleichung dritten Grades, für die gilt: Tiefpunkt $T(1|0)$, Schnitt mit der x-Achse bei $N(-2|0)$, die Tangente in N hat den y-Achsenabschnitt $b = -12$ eAn

35. Berechne jeweils eine mögliche Stammfunktion.

$$
\begin{aligned}
a(x) &= x^2 + 2 \cdot x^4 - x + 1 \\
b(x) &= \sqrt{x} + x^{-2} \\
c(x) &= x^{-1} \\
d(x) &= e^x + \sin(x) \\
e(x) &= (2 \cdot x + 4)^5 \\
f(x) &= \sin(2 \cdot x + 4) \\
g(x) &= e^{2 \cdot x + 4} \\
h(x) &= \frac{1}{2 \cdot x + 4} \\
i(x) &= \frac{3}{(2 \cdot x + 4)^3}
\end{aligned}
$$

36. Berechne jeweils die Stammfunktion, die durch $P(0|5)$ geht.

$a(x) = 3 \cdot x^2 - 2$

$b(x) = -\sin(\pi \cdot x)$

37. Berechne jeweils alle möglichen Stammfunktionen.

$a(x) = 0,5 \cdot e^{x+1}$

$b(x) = 2 \cdot (x+4)^3$

38. Überprüfe, ob $F(x) = \sin(x^2) \cdot x$ eine mögliche Stammfunktion von $f(x) = \cos(x^2) \cdot 2 \cdot x^2 + \sin(x^2)$ ist.

39. Berechne jeweils den Wert des Integrals.

$$\int_0^1 (x^3 + 2 \cdot x) \cdot dx$$

$$\int_1^3 (3x+1)^2 \cdot dx$$

$$\int_0^{1{,}5\pi} \cos(2 \cdot x) \cdot dx$$

$$\int_0^{\ln(3)} 0,5 \cdot e^{2 \cdot x} \cdot dx$$

$$\int_2^e \left(\frac{1}{x} + 1\right) \cdot dx$$

eAn

40. Berechne die Fläche zwischen dem Schaubild von f und der x-Achse, wenn gilt:

$$f(x) = -(x-2)^2 + 2$$

41. Berechne die Fläche zwischen den Schaubildern von f und g im Intervall $[0; 1,5\pi]$, wenn gilt:

$$f(x) = \sin(x) + 2; \qquad g(x) = \cos(x)$$

42. Berechne die gesamte Fläche, die vom Schaubild von f und der x-Achse eingeschlossen wird, wenn gilt:

$$f(x) = (x-2) \cdot (x-3) \cdot (x-5)$$

43. Bestimme näherungsweise die Fläche, die vom Schaubild von f und g und der y-Achse für $x \leq 0$ eingeschlossen wird, wenn gilt:

$$f(x) = \cos(x) + 3; \qquad g(x) = 2,5$$

44. Die Höhe des Goldpreises im Jahr 2024 wird durch die Funktion $g(t)$ modelliert. t in Tagen seit Jahresbeginn, $g(t)$ in Euro pro Kilogramm. Interpretiere die Integrale im Sachzusammenhang. eAn

$$\frac{1}{7} \cdot \int_0^7 g(t) \cdot dt \qquad \frac{1}{29} \cdot \int_{32}^{61} g(t) \cdot dt$$

45. Skizziere und berechne das Volumen des Rotationskörpers, der in $[\pi; 2\pi]$ von der Randfunktion f begrenzt wird, wenn gilt: eAn

$$f(x) = \sin(2 \cdot x) + 1$$

46. Ein fairer, handelsüblicher Würfel wird drei Mal zufällig gewürfelt. Dabei wird die Ergebnismenge $E = \{1;\ 2;\ 3; 4;\ 5;\ 6\}$ betrachtet. Berechne die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

A = { Es wird zwei Mal die 3 und ein Mal die 4 geworfen. }

B = { Es wird mindestens zwei Mal eine Primzahl geworfen. }

C = { Es wird erst die 1, dann die 2 und dann die 3 geworfen. }

D = { Die 6 wird nicht geworfen. }

E = { Die Summe der drei Augenwürfe ist kleiner als 700. }

47. In einer Klasse mit 20 Schülerinnen und Schülern sind von den acht Brillenträgern genau drei kariert. Die Hälfte der Schülerinnen und Schüler der Klasse sind weder kariert noch haben sie eine Brille.
Skizziere die vollständige Vierfeldertafel zu den Eigenschaften Brille / keine Brille und kariert / nicht kariert.
Gib jeweils die Wahrscheinlichkeiten zu den Ereignissen an:

A = Zwei zufällig gewählte Personen der Klasse sind kariert.

B = Eine Person mit Brille ist kariert.

C = Eine karierte Person hat eine Brille.

48. Ein Glücksrad mit den drei Sektoren 'Grün', 'Blau' und 'Rot' kann mit einem Einsatz von 5 Euro zufällig gedreht werden. Man gewinnt beim Drehergebnis 'grün' 9 Euro, beim Drehergebnis 'blau' 2 Euro und beim Drehergebnis 'rot' 6 Euro. Berechne den Erwartungswert für den Gewinn des Glücksradbetreibers, wenn alle Sektoren gleich groß sind.

49. Gib $a \in \mathrm{R}$ an, sodass die beiden Vektoren $\vec{v_1}$ und $\vec{v_2}$ rechtwinklig sind. Berechne damit ihre Länge und die Fläche, die sie aufspannen.

$$\vec{v_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ a \\ -1 \end{pmatrix}; \qquad \vec{v_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ a \\ 2 \end{pmatrix}$$

50. Untersuche die Lage der Geraden und bestimme gegebenenfalls den Schnittpunkt.

$$g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}; \qquad g : \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

51. Bestimme die Lösungsmenge des linearen Gleichungssystems und interpretiere die Lösung geometrisch.

$$\begin{aligned} 2x_1 + x_2 - 3x_3 &= 0 \\ x_1 + x_3 &= 2 \\ 4x_1 - x_2 + x_3 &= 4 \end{aligned}$$

MINISTERIUM FÜR KULTUS, JUGEND UND SPORT BADEN-WÜRTTEMBERG

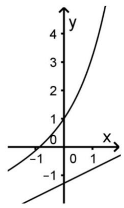
Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 1**

1 Analysis **BE**

Gegeben ist die in IR definierte Funktion f mit $f(x) = e^x + \frac{1}{2}x$.

a Begründen Sie, dass der Graph von f und der Graph der in IR definierten Funktion g mit $g(x) = \frac{1}{2}x - 1$ keinen gemeinsamen Punkt besitzen. 2

b Für eine positive reelle Zahl c wird die in IR definierte Funktion g_c mit $g_c(x) = \frac{1}{2}x - c$ betrachtet.
Die Abbildung zeigt die Graphen von f und g_c. Die beiden Graphen schließen mit der y-Achse und der Gerade mit der Gleichung x = 1 eine Fläche mit dem Inhalt 3 ein.
Berechnen Sie c. 3



5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	Mathematik (eAN)	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	Pflichtteil	Aufgabe 2

2 Analysis **BE**

Die Funktion f ist gegeben durch $f(x) = x^3 + x$; $x \in IR$. Das Schaubild von f ist K.

a Zeigen Sie, dass K keine waagrechte Tangente besitzt.
Bestimmen Sie eine Gleichung der Tangente an K mit der Steigung 1. 3

b Eine der folgenden Abbildungen zeigt das Schaubild einer Stammfunktion von f.
Begründen Sie, welche dies ist. 2

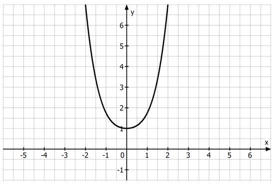


Abb. 1

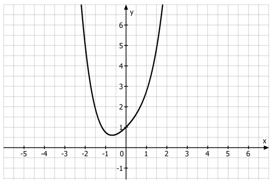


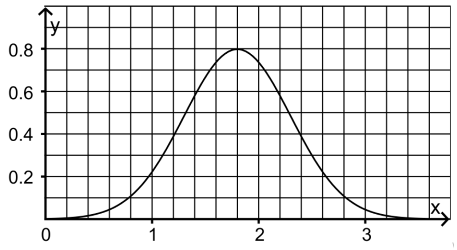
Abb. 2

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	Mathematik (eAN)	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	Pflichtteil	Aufgabe 3

3 Stochastik **BE**

Die Abbildung zeigt den Graphen der Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsgröße X.



a Geben Sie den Erwartungswert von X an. 1

b Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass X den Wert 2,4 annimmt. 1

c Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass X einen Wert aus dem Intervall $[1; 1{,}4]$ annimmt. 3

5

4213320251141687037

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	**Pflichtteil**	**Aufgabe 4**

4 Vektorgeometrie **BE**

Gegeben sind die Geraden

g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ mit $r \in IR$ und h: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ 3 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ mit $s \in IR$.

a Geben Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von g und h an. 2
Zeigen Sie, dass g und h senkrecht zueinander verlaufen.

b Die Ebene E enthält die Geraden g und h. 3
Bestimmen Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform.

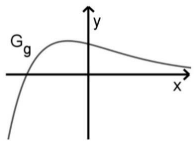
5

4213320251141687038

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	Mathematik (eAN)	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	Wahlteil	Aufgabe 5 – Auswahl I
(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)		

5 Analysis **BE**

Die Abbildung zeigt den Graphen G_g einer in IR definierten, differenzierbaren Funktion g.
Betrachtet wird eine in IR definierte Funktion f, für deren erste Ableitungsfunktion $f'(x) = e^{g(x)}$ gilt.



a Untersuchen Sie, ob der Graph von f einen Extrempunkt hat. 2

b Untersuchen Sie, ob der Graph von f einen Wendepunkt hat. 3

5

4213320251141687039

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	Berufliches Gymnasium	
2.2.1	Mathematik (eAN)	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	Wahlteil	Aufgabe 5 – Auswahl II
(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)		

5 Analysis **BE**

Für einen festen Wert b, b > 0, ist die Funktion p festgelegt durch 5

$p(x) = \frac{1}{4}x(x+2)(x-b)$; $x \in \mathbb{R}$.

Beurteilen Sie, welche der folgenden Aussagen wahr und welche der Aussagen falsch sind.

(1) Für $x \to -\infty$ gilt: $p(x) \to -\infty$

(2) Der Graph von p besitzt einen Hochpunkt mit positiver x-Koordinate.

(3) Es existiert genau ein Wert für b, so dass der Graph jeder Stammfunktion von p symmetrisch zur y-Achse ist.

5

Musterprüfungsaufgabe ab Abitur 2024	**Berufliches Gymnasium**	
2.2.1	**Mathematik (eAN)**	
Teil A (ohne Hilfsmittel)	**Wahlteil**	**Aufgabe 5 – Auswahl III**
(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)		

5 Stochastik **BE**

Die Zufallsgrößen X und Y können jeweils die Werte 3, 4 und 5 annehmen.

a Für die Zufallsgröße X gilt $P(X = 3) = \frac{1}{3}$ und $P(X = 4) = \frac{1}{4}$. 2
Bestimmen Sie den Erwartungswert von X.

b Für die Zufallsgröße Y gilt $P(Y = 3) = \frac{1}{3}$, $P(Y = 4) \geq \frac{1}{6}$ und $P(Y = 5) \geq \frac{1}{6}$. 3
Bestimmen Sie alle Werte, die für den Erwartungswert von Y infrage kommen.

5

1. Nimm dein Handtuch mit!
2. Lies die Operatoren!
3. Vereinfache alles, was nicht schnell genug im Bunker ist!
4. Leite alles dreimal ab, was nicht schnell genug im Bunker ist!
5. Gib nicht früher ab!
6. Notiere bei jeder Aufgabe einen Ansatz!
7. ...

Der Reiseführer Per Anhalter durch die Galaxis enthält ein paar Angaben zum Thema Handtücher.
Ein Handtuch, heißt es da, ist so ungefähr das Nützlichste, was der interstellare Anhalter besitzen kann. Einmal ist es von großem praktischem Wert – man kann sich zum Wärmen darin einwickeln, wenn man über die kalten Monde von Jaglan Beta hüpft; man kann an den leuchtenden Marmorsandstränden von Santraginus V darauf liegen, wenn man die berauschenden Dämpfe des Meeres einatmet; man kann unter den so rot glühenden Sternen in den Wüsten von Kakrafoon darunter schlafen; man kann es als Segel an einem Minifloß verwenden, wenn man den trägen, bedächtig strömenden Moth-Fluss hinuntersegelt, und nass ist es eine ausgezeichnete Nahkampfwaffe; man kann es sich vors Gesicht binden, um sich gegen schädliche Gase zu schützen oder dem Blick des Gefräßigen Plapperkäfers von Traal zu entgehen (ein zum Verrücktwerden dämliches Vieh, es nimmt an, wenn du es nicht siehst, kann es dich auch nicht sehen – bescheuert wie eine Bürste, aber sehr, sehr gefräßig); bei Gefahr kann man sein Handtuch als Notsignal schwenken und sich natürlich damit abtrocknen, wenn es dann noch sauber genug ist. Was jedoch noch wichtiger ist: Ein Handtuch hat einen immensen psychologischen Wert.