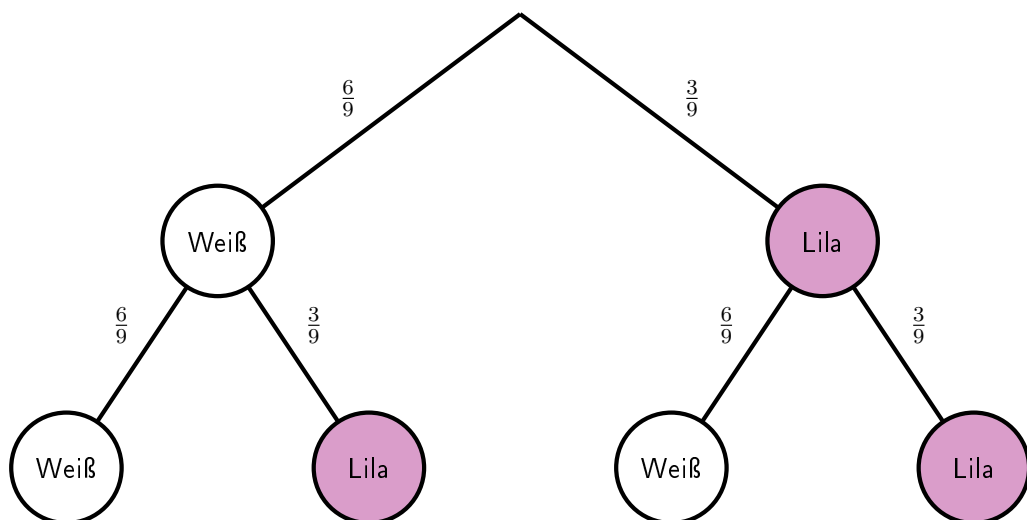
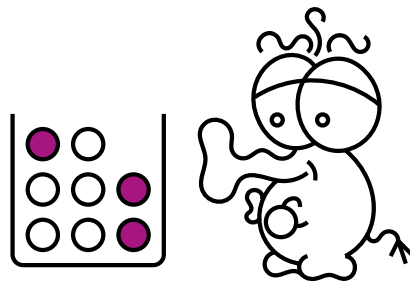




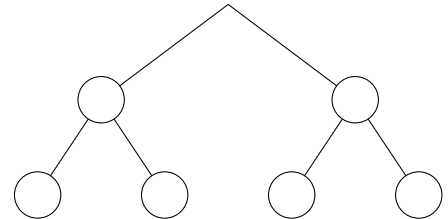
mathematikganj2-bpe17.3-darstellung

Exposition

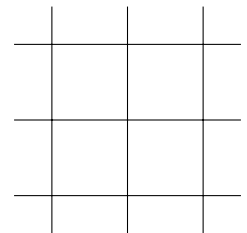
Ein Kugelzieher zieht zufällig Kugeln aus einer Urne. Überlege mit Hilfe des Baumdiagrammes, ob der Kugelzieher die Kugeln wieder zurücklegt oder nicht.



Wir stellen ein mehrstufiges Zufallsexperiment mit einem *Baumdiagramm* dar und berechnen im Baumdiagramm Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der *Pfadregeln*:



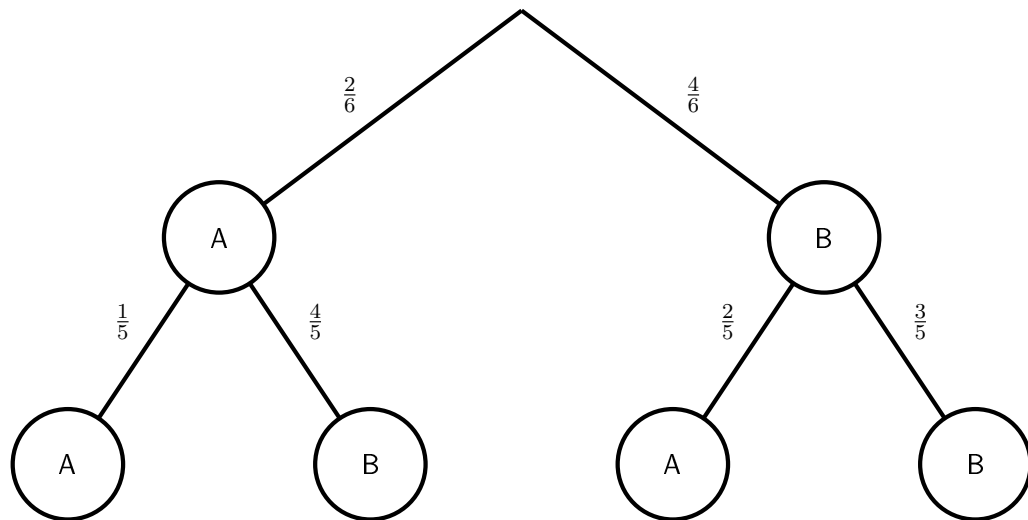
Wir stellen abhängige Ereignisse mit einer *Vierfeldertafel* dar und berechnen in der Vierfeldertafel Wahrscheinlichkeiten mit Hilfe der Formel für *bedingte Wahrscheinlichkeiten*:



Wir bezeichnen zwei Ereignisse A und B als *stochastisch Unabhängig*, wenn gilt:

Die Wahrscheinlichkeit einer Vereinigung zweier Ereignisse $A \cup B$ berechnen wir mit den *Additionssatz*:

Beschreibe ein zum Baumdiagramm passendes Zufallsexperiment.



Aus einer Urne mit zwei schwarzen (A) und vier weißen (B) Kugeln wird zweimal zufällig eine Kugel (mit Zurücklegen) gezogen.

1 Fehler

In einer Klasse mit 30 Schülern sind 12 Vegetarier. 20 Schüler sind schlecht in Mathe, von denen wiederum die Hälfte Vegetarier sind. Gib die zugehörige Vierfeldertafel an und berechne die prozentuale Wahrscheinlichkeit, dass ein zufällig ausgewählter Vegetarier schlecht in Mathe ist.

	Vegetarier	Fleischetarier	
Gut in Mathe	6	4	10
Schlecht in Mathe	6	14	20
	12	18	30

$$P_{\text{Vegetarier}}(\text{Schlecht in Mathe}) = \frac{6}{12} = 50 \%$$

1 Fehler

Beispiel 3

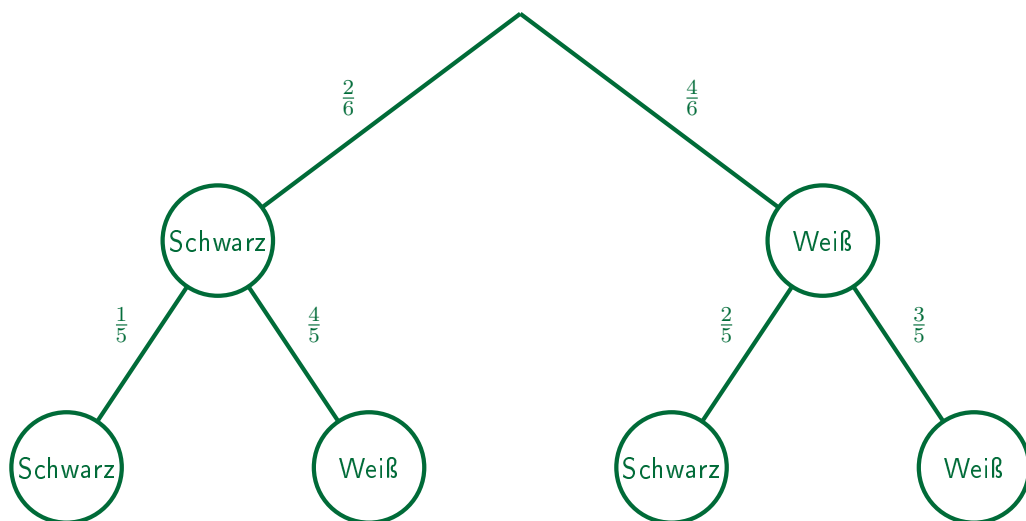
In einer Urne befinden sich zwei schwarze und vier weiße Kugeln. Es wird zweimal zufällig ohne Zurücklegen gezogen. Skizziere das entsprechende Baumdiagramm und berechne damit die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

$A = \{ \text{zweimal dieselbe Farbe ziehen} \}$

$B = \{ \text{eine schwarze und eine weiße Kugel ziehen} \}$

$C = \{ \text{nicht zweimal eine weiße Kugel ziehen} \}$

Baumdiagramm:



Berechnen der Wahrscheinlichkeiten:

$$P(A) = \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} = \frac{2}{30} + \frac{12}{30} = \frac{14}{30} = \frac{7}{15}$$

$$P(B) = \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} = \frac{8}{30} = \frac{4}{15}$$

$$P(C) = 1 - \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} = 1 - \frac{8}{30} = \frac{30}{30} - \frac{8}{30} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$$

Aufgabe 1

In einer Urne befinden sich vier schwarze und drei weiße Kugeln. Es wird zweimal zufällig ohne Zurücklegen gezogen. Skizziere das entsprechende Baumdiagramm und berechne damit die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

$A = \{ \text{zweimal dieselbe Farbe ziehen} \}$

$B = \{ \text{zuerst eine weiße, dann eine schwarze Kugel ziehen} \}$

$C = \{ \text{eine weiße und eine schwarze Kugel ziehen} \}$

$D = \{ \text{nicht nur schwarze Kugeln ziehen} \}$

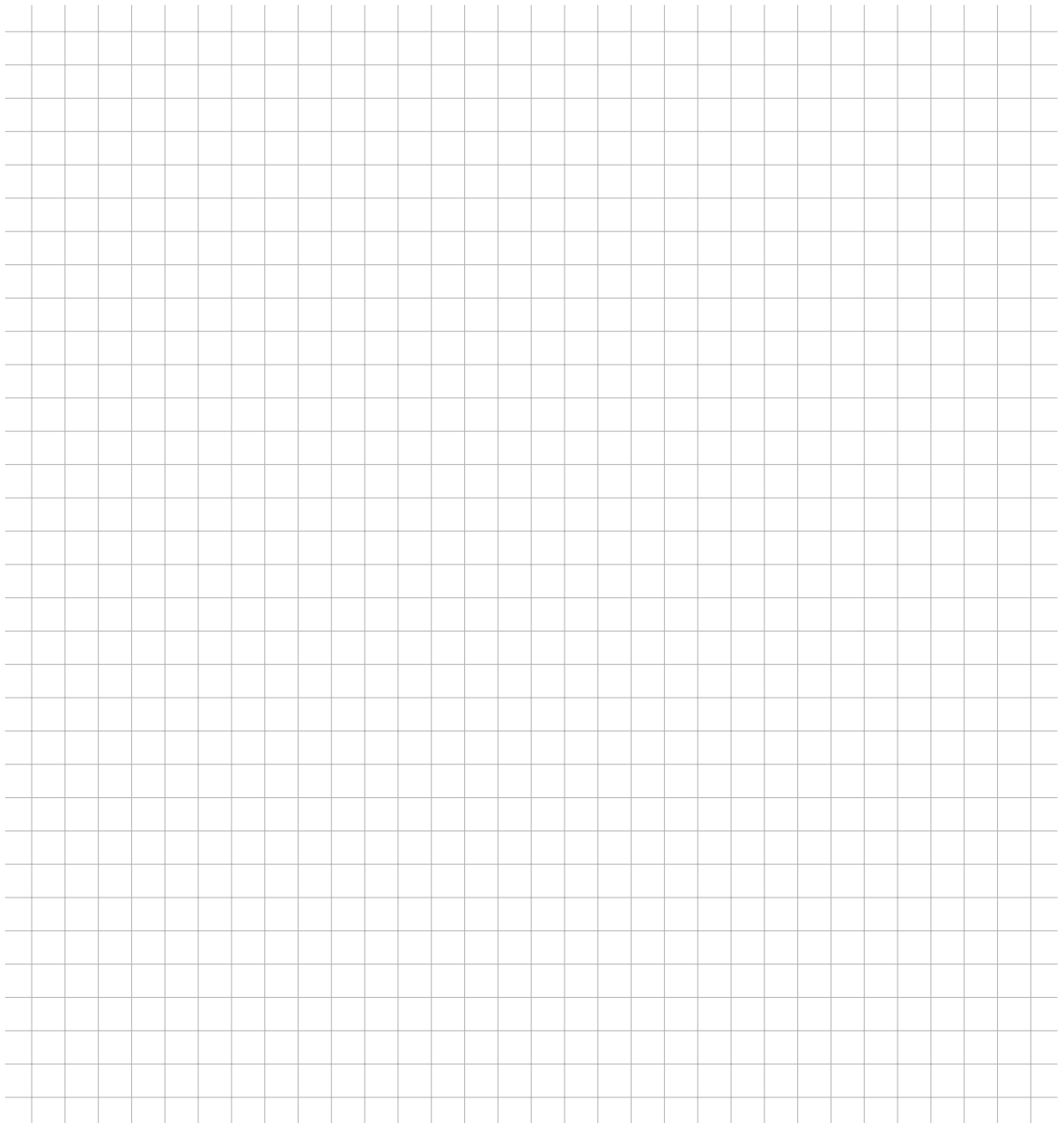
AFB I



Aufgabe 2

Zwei Spieler spielen russisch Roulette mit Platzpatronen. Sie benutzen einen fairen Trommelrevolver mit sechs Kammern. In einer Kammer ist eine Platzpatrone. Sie drehen die Trommel vor dem Spiel so, dass die Wahrscheinlichkeit, dass sich die Kugel in einer Kammer befindet, für alle Kammern gleich groß ist. Danach drücken sie abwechselnd (dabei wird die Trommel immer um eine Position weiter bewegt), bis die Platzpatrone platzt. Ermittle mit Hilfe eines geeigneten Baumdiagrammes, ob es günstiger ist zu beginnen, wenn man nicht die Platzpatrone platzen lassen will.

AFB II



Aufgabe 3

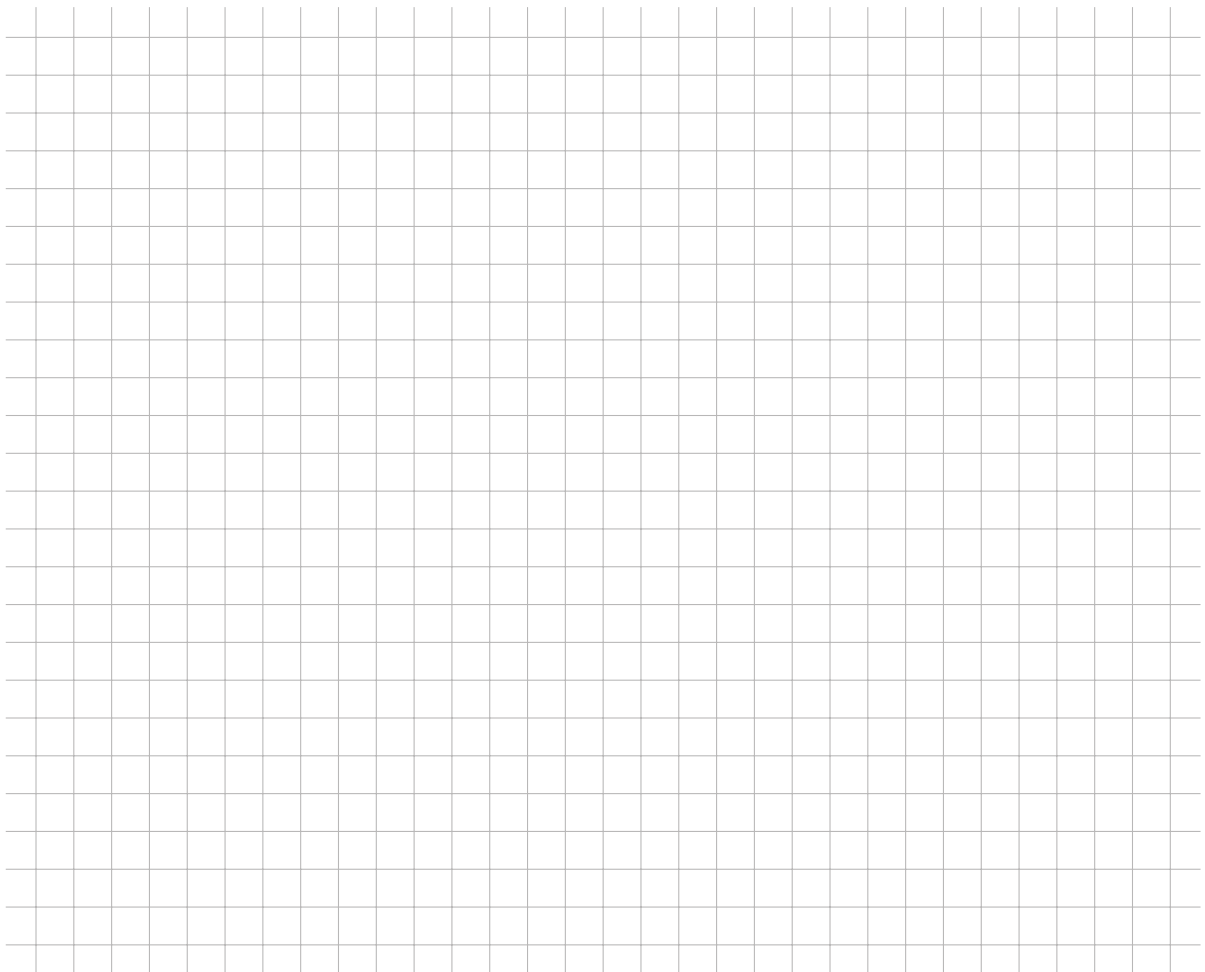
Ein Glücksrad mit den vier Sektoren 30° rot (R), 150° blau (B), 45° gruen (G) und sonst lila (L) wird zufällig gedreht. Betrachtet wird die Ergebnismenge $S = \{R; B; G; L\}$. Folgende theoretische Wahrscheinlichkeiten werden von dem Glücksradbetreiber angegeben:

$$P(\{R\}) = \frac{1}{12}; \quad P(\{B\}) = \frac{5}{12}; \quad P(\{G\}) = \frac{1}{8}; \quad P(\{L\}) = \frac{1}{3}$$

1. Erläutere, warum die angegebenen theoretischen Wahrscheinlichkeiten unplausibel sind.
2. Nimm Stellung, bei welchen der theoretischen Wahrscheinlichkeiten es sich um eine gute Schätzung handelt. Gib gegebenenfalls einen begründeten Verbesserungsvorschlag an.
3. Berechne, mit Hilfe deiner verbesserten theoretischen Wahrscheinlichkeiten aus b), die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

$$E_1 = \{G; L\}; \quad E_2 = \{\text{nicht } R\}; \quad E_3 = \{R; B; G; L\}; \quad E_4 = E_3 \cup E_1$$

AFB II



Aufgabe 4

In einer Klasse befinden sich n Mädchen und zwölf Jungen. Die Hälfte aller Schüler der Klasse trägt eine Brille. Es gibt sechs männliche Brillenträger.

1. Skizziere die Vierfeldertafel für $n = 8$ und berechne damit die Wahrscheinlichkeiten:

$$P_{\text{Brillenträger}}(\text{Junge}); \quad P_{\text{Mädchen}}(\text{Brillenträger}); \quad P_{\text{Junge}}(\text{Brillenträger})$$

2. Ein Brillenträger der Klasse wird zufällig ausgewählt. Ermittle $n \in \mathbb{N}$, sodass die abhängigen Ereignisse A und B stochastisch unabhängig sind, wenn gilt:

$$A = \{\text{der gewählte Schüler ist männlich}\}; \quad B = \{\text{der gewählte Schüler ist weiblich}\}$$

AFB II ; AFB III

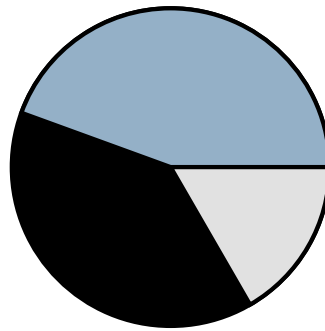


Aufgabe 5

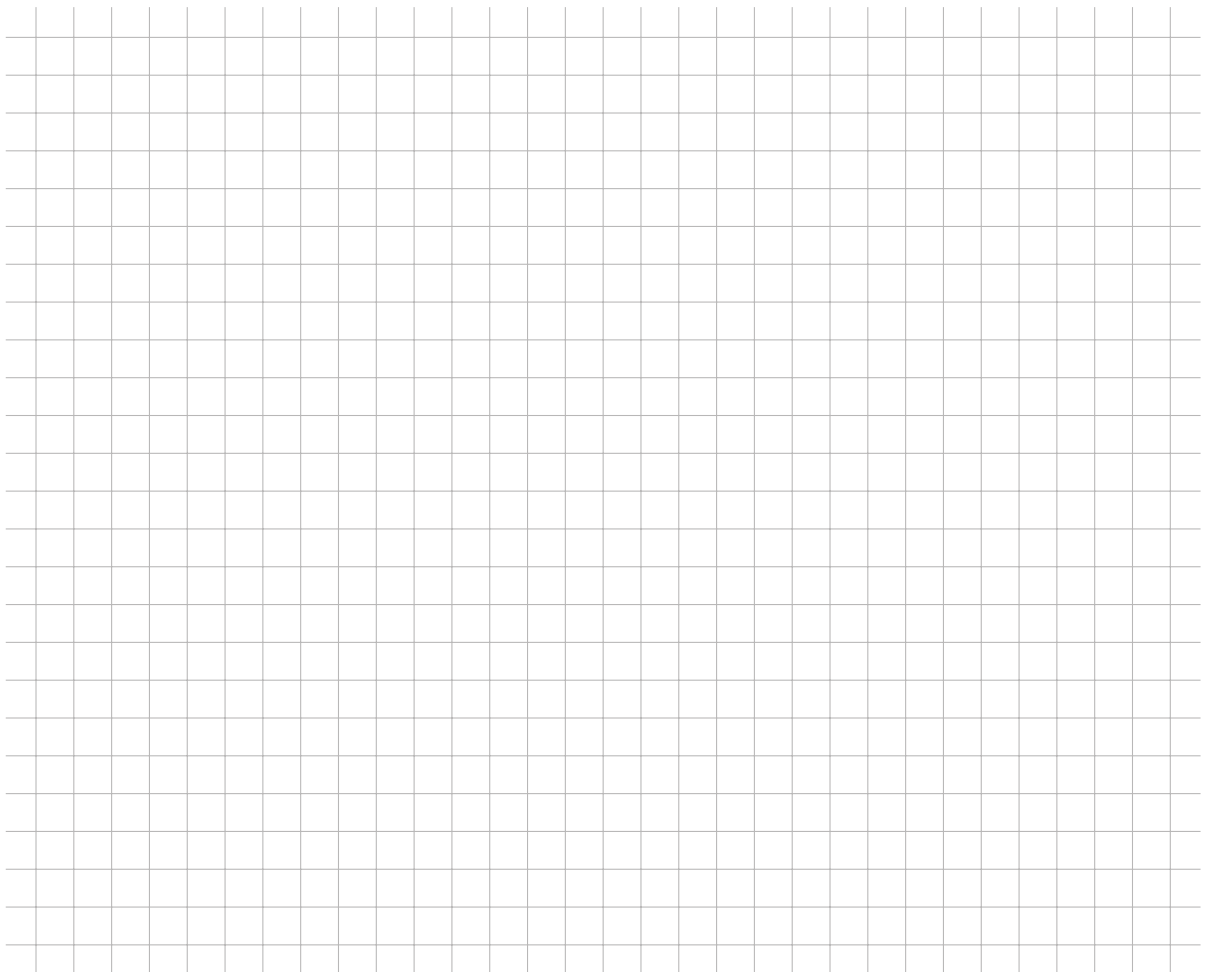
Das abgebildete Glücksrad wird dreimal zufällig gedreht. Die Ergebnismenge E ist gegeben durch

$$E = \{\text{schwarz, blau, silber}\}$$

Skizziere das zugehörige Baumdiagramm und berechne die prozentuale Wahrscheinlichkeit, dass nicht mehr als zweimal das Drehergebnis 'blau' erscheint.



AFB II



Aufgabe 6

In einer Urne befinden sich eine schwarze, zwei rote und drei goldene Kugeln. Es wird zweimal zufällig mit Zurücklegen gezogen. Skizziere das entsprechende Baumdiagramm und berechne damit die Wahrscheinlichkeiten der Ereignisse.

$A = \{ \text{zweimal dieselbe Farbe ziehen} \}$

$B = \{ \text{zuerst eine rote, dann eine goldene Kugel ziehen} \}$

$C = \{ \text{eine schwarze und eine rote Kugel ziehen} \}$

$D = \{ \text{nicht zweimal dieselbe Farbe ziehen} \}$

AFB I; AFB II

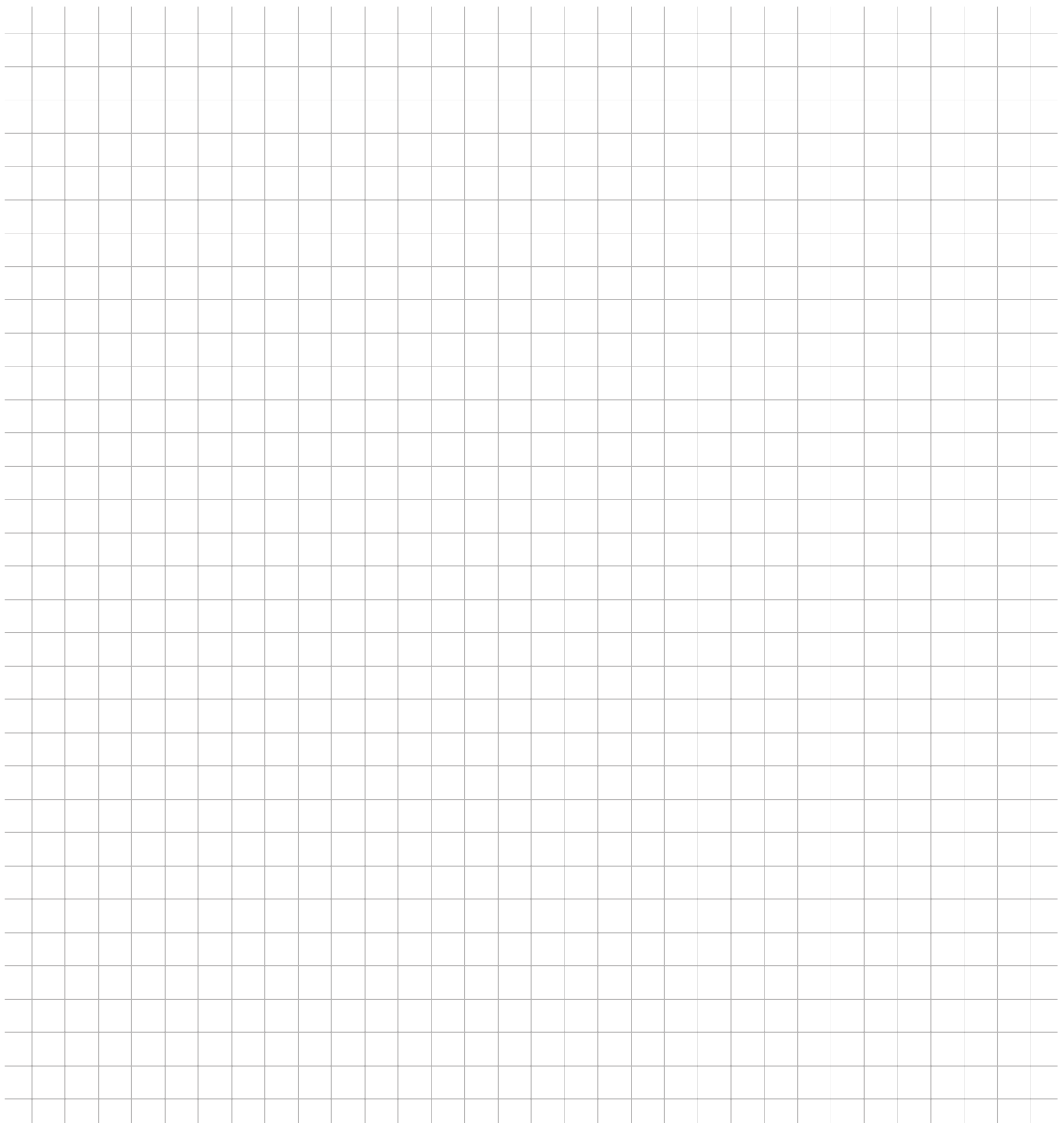


Aufgabe 7

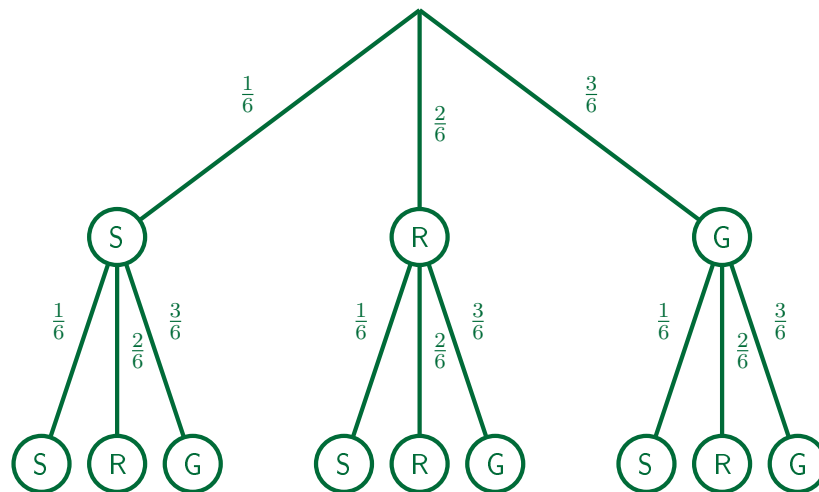
Wir können die Begriffe 'Korrelation' und 'Kausalität' beispielsweise erläutern durch: 'Im ländlichen Raum gibt es viele Störche und viele Babies. Die Anzahl der Störche korreliert also mit der Anzahl der Babies. Es besteht aber kein Kausalzusammenhang, da Störche keine Babies bringen sondern lieber im ländlichen Raum nisten.'

Nichtsdestoweniger können wir mit Hilfe von geeigneten Korrelationen (Vierfeldertafel) Rückschlüsse auf Kausalitäten schließen. Erläutere dies an einem geeigneten Beispiel.

AFB III



Baumdiagramm mit S (schwarze Kugel), R (rote Kugel) und G (goldene Kugel):



Berechnen der Wahrscheinlichkeiten:

$$P(A) = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{3}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

$$P(B) = \frac{3}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

$$P(C) = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

$$P(D) = 1 - P(A) = 1 - \frac{7}{18} = \frac{18}{18} - \frac{7}{18} = \frac{11}{18}$$

Sind in einer Vierfeldertafel aller vier Felder gleichwertig, beispielsweise:

	A	$\bar{A}$	
B	5	5	10
$\bar{B}$	5	5	10
	10	10	20

So folgt daraus, dass die Ereignisse A und B nicht korrelieren. Aus der fehlenden Korrelation lässt sich eine fehlende Kausalität ableiten.