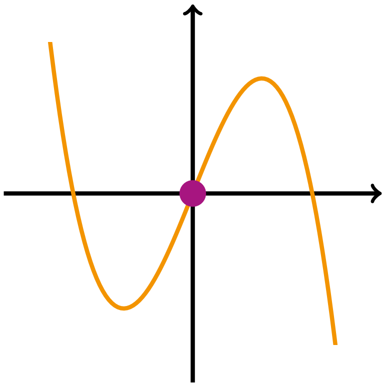
mathematikeingangslasse-bpe3.2bpe3.3-polynomeigenschaftung

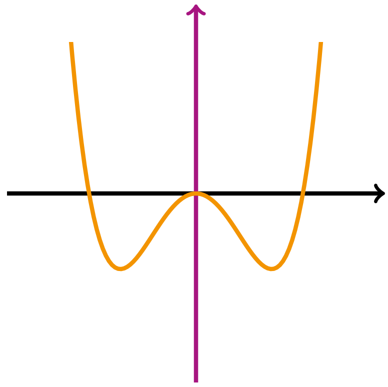
Exposition

Überlege, wie man die symmetrischen Eigenschaften und das globale Verhalten der Polynomfunktion jeweils am Funktionsterm erkennen kann und bei welcher Polynomfunktion es sich um eine Parabel handelt.

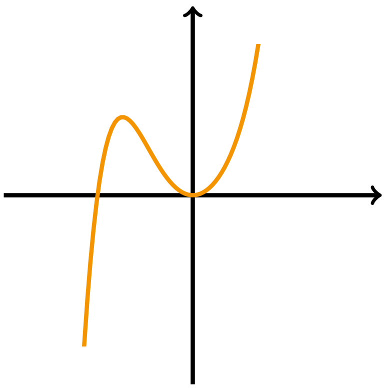
$a(x) = -x^3 + 2,5 \cdot x$



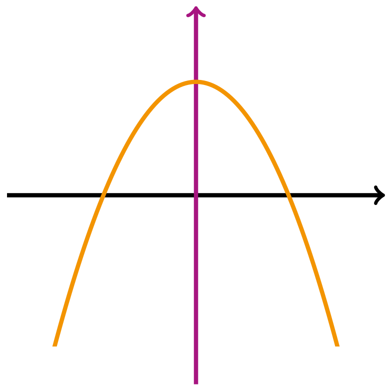
$b(x) = x^4 - 2 \cdot x^2$

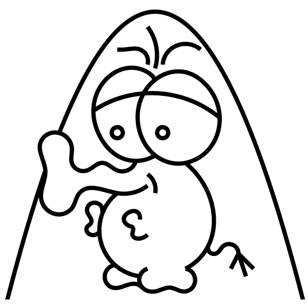


$c(x) = x^5 + x^2$



$d(x) = -x^2 + 1,5$





Komplikation

Wir definieren wichitge *Eigenshaften von Polynomfunktionen f*, wenn gilt:

$$f(x) = a \cdot x^n + b \cdot x^{n-1} + \ldots + z$$

- Das *globale Verhalten*:
  - $a > 0;\ n$ gerade:
  - $a < 0;\ n$ gerade:
  - $a > 0;\ n$ ungerade:
  - $a < 0;\ n$ ungerade:
- Die *Symmetrie*:
  - Zum Ursprung:
  - Zur y-Achse:
- Die *Anzahl der Nullstellen* (Fundamentalsatz der Algebra):

Peripetie

Beispiel 1

Gib den Funktionsterm einer Punktsymmetrischen Polynomfunktion an, deren Grad mindestens 3 beträgt und die durch den Ursprung geht. Möglicher Funktionsterm:

$$x^4 + x^2$$

1 Fehler

Beispiel 2

Gib den zur Wetetabelle zugehörigen Funktionsterm einer Polynomfunktion dritten Grades an.

x	-2	0	3	7
$f(x)$	0	1	0	0

Möglicher Funktionsterm:

$$-\frac{1}{42} \cdot (x+2) \cdot (x-3) \cdot (x-7)$$

1 Fehler

Beispiel 3

Gib den Funktionsterm einer Polynomfunktion dritten Grades an, deren zugehöriges Schaubild die x-Achse bei $x_1 = 37$; $x_2 = 42$ und $x_3 = 73$ schneidet. Möglicher Funktionsterm:

$$(x+37) \cdot (x+42) \cdot (x+73)$$

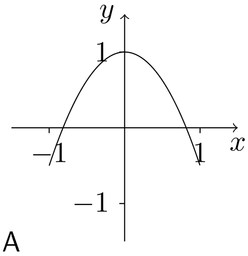
1 Fehler

Retardation

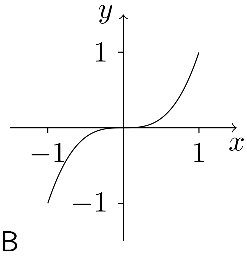
Aufgabe 1

Gib jeweils das globale Verhalten, die Symmetrieeigenschaften, die gemeinsamen Punkte mit den Koordinatenachsen und das zugehörige Schaubild an.

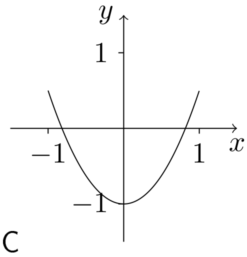
$a(x) = -0,5 \cdot x^3;$ $\quad b(x) = 1,5 \cdot x^2 - 1;$ $\quad c(x) = 0,5 \cdot x^3;$ $\quad d(x) = -1.5 \cdot x^2 + 1$



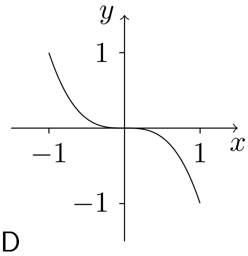
A



B



C



D

AFB I

Aufgabe 2

Ermittle eine zur Wertetabelle zugehörige Polynomfunktion vierten Grades. Beschreibe das globale Verhalten sowie die Symmetrie der Funktion.

x	0	± 4	± 6
$k(x)$	$-2,5$	0	-4

AFB II

Aufgabe 3

Gegeben ist eine Funktion f ihr Schaubild sei K. Ermittle die Anzahl und Art der Nullstellen von K in Abhängigkeit von $t \in \mathrm{R}$, wenn gilt:

$$f(x) = 3 \cdot (x - t) \cdot (x + 1)^3$$

AFB III

Aufgabe 4

Ermittle jeweils mit Hilfe der Wertetabelle den zugehörigen Funktionsterm einer Polynomfunktion deren Schaubild parabelförmig verläuft.

x	1	2	3
$a(x)$	2	1	2

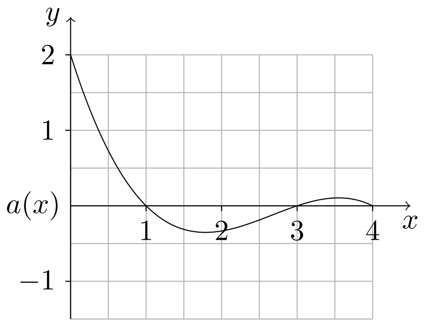
x	0	1	2
$c(x)$	0	$0,5$	2

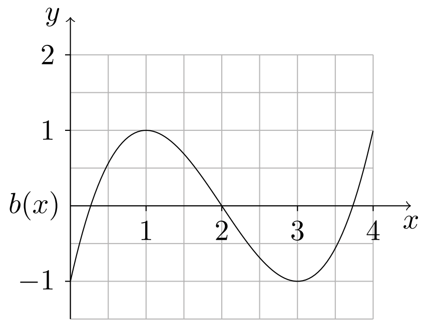
x	-2	0	2
$b(x)$	0	3	0

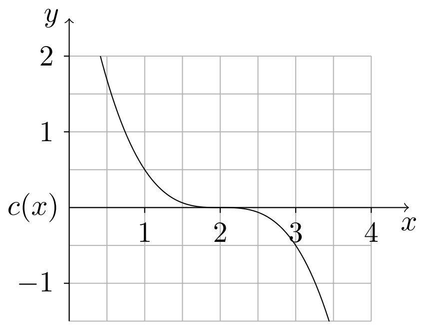
x	-2	1	2
$d(x)$	2	-1	-10

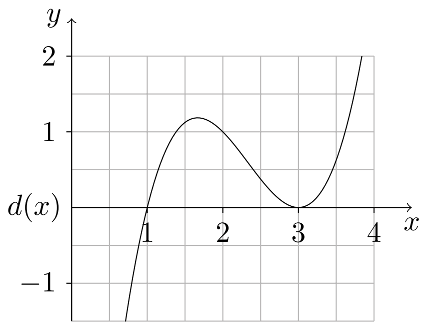
AFB II

Ermittle jeweils mit Hilfe des Schaubildes den zugehörigen Funktionsterm einer Polynomfunktion dritten Grades.









AFB II

Aufgabe 6

Ermittle jeweils mit Hilfe des Textes den zugehörigen Funktionsterm einer Polynomfunktion.

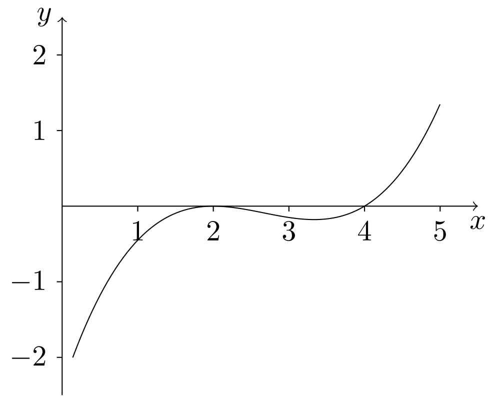
1. Vierten Grades, symmetrisch zur y-Achse, geht durch $P(1|1)$ und $Q(3|5)$.
2. Dritten Grades, geht durch den Ursprung, hat einen Sattelpunkt bei $S(1|2)$
3. Einfache Nullstelle bei $x = 2$, Berührpunkt mit der x-Achse bei $x = 5$, geht durch $P(0|3)$.

AFB II

Gib jeweils an, zu welcher Darstellung der Funktionsterm gehört, wenn gilt:

$$0,15 \cdot (x-2) \cdot (x-4); \qquad 0,15 \cdot (x-2)^2 \cdot (x-4); \qquad 0,15 \cdot (x-2)^2 \cdot (x-4)^3$$

Darstellung 1:



Darstellung 2:

Der Funktionsterm gehört zu einer Polynomfunktion fünften Grades.

Darstellung 3:

x	0	1	2	3	4
y	$1,2$	$0,45$	0	$0,15$	0

AFB I

Aufgabe 8

Gib jeweils an, welche Symmetrieeigenschaften das zugehörige Schaubild hat.

$$a(x) = x^2 + 3; \qquad b(x) = x^3 - 2x; \qquad c(x) = x \cdot (x^3 - x); \qquad d(x) = x^3 - 2$$

AFB I

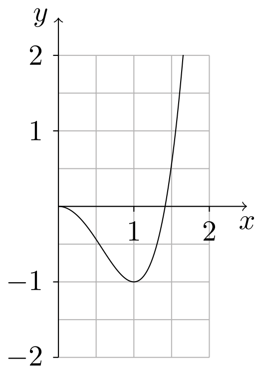
Aufgabe 9

Untersuche die Aussage 'Es gibt keine Funktion, deren Schaubild Punktsymmetrisch zum Ursprung und gleichzeitig Symmetrisch zur y-Achse liegt.' auf ihren Wahrheitsgehalt.

AFB II

Aufgabe 10

Ermittle mit Hilfe des Schaubildes den zugehörigen Funktionsterm einer (zur y-Achse symmetrischen) Polynomfunktion vierten Grades in allgemeiner Form, der eine Nullstelle bei $\sqrt{2}$ hat.



AFB III

Lösung 8

AS := Achsensymmetrisch; PS := Punktsymmetrisch.

$$a(x) \text{ AS}; \qquad b(x) \text{ PS}; \qquad c(x) = x^4 - x^2 \text{ AS}; \qquad d(x) \text{ keine Symmetrie}$$

Lösung 9

Die Aussage ist falsch. [Da die Eigenschaft 'Polynomfunktion' nicht verlangt wird] Gegenbeispiel:

$$f(x) = 0$$

Lösung 10

Polynomfunktion vierten Grades:

$$f(x) = a \cdot x^4 + b \cdot x^3 + c \cdot x^2 + d \cdot x + e$$

Zur y-Achse symmetrisch bedeutet nur gerade Hochzahlen:

$$f(x) = a \cdot x^4 + c \cdot x^2 + e$$

Schaubild geht durch den Ursprung:

$$f(x) = a \cdot x^4 + c \cdot x^2$$

Schaubild geht durch $P(1|-1)$ und $Q(\sqrt{2}|0)$:

$$a + c = -1; \qquad a \cdot 4 + c \cdot 2 = 0$$

Auflösen der ersten Gleichung nach $a = -1 - c$ und Einsetzten in die zweite Gleichung liefert:

$$(-1 - c) \cdot 4 + c \cdot 2 = 0$$

Somit ist $c = -2$ und $a = 1$ also lautet der gesuchte Funktionsterm:

$$x^4 - 2 \cdot x^2$$

[Alternativ: Nullstellenansatz mit $f(x) = (x - \sqrt{2}) \cdot x^2 \cdot (x + \sqrt{2})$ und Ausmultiplizieren.]