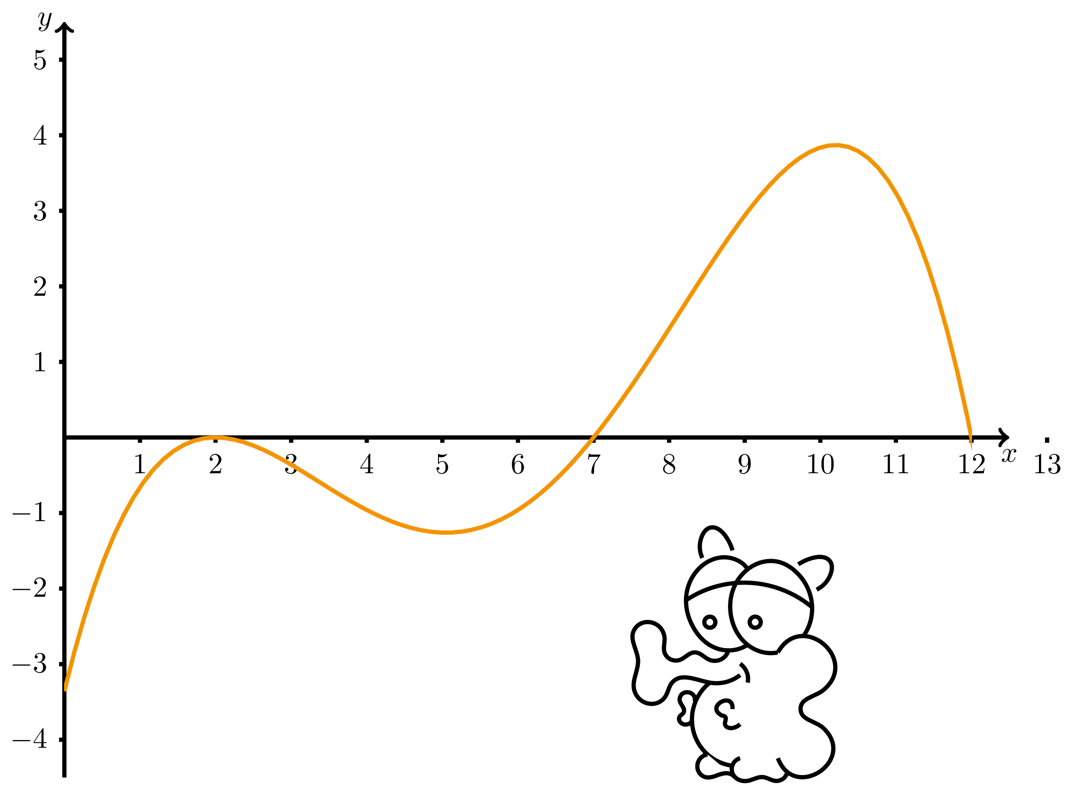
mathematikeingangslasse-bpe3.1-polynomfunktionierung

Exposition

Der Längsschnitt des Rückens eines Kamels wird beschrieben durch das Schaubild G_k , das zur Funktion k gehört. Überlege, welche Darstellung der Funktionsgleichung der Polynomfunktion k sich eignet, um den Zusammanhang zum Schaubild effizient herzustellen.



$$k(x) = -x \cdot (x \cdot ((0,01 \cdot x - 0,23) \cdot x + 1,64) - 4,12) - 3,36$$

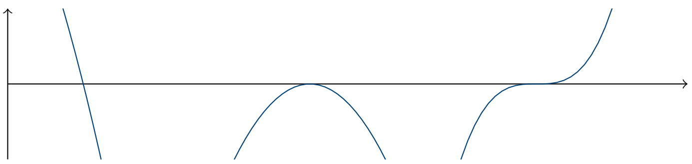
$$k(x) = -0,01 \cdot (x-2)^2 \cdot (x-7) \cdot (x-12)$$

$$k(x) = -0,01 \cdot x^4 + 0,23 \cdot x^3 - 1,64 \cdot x^2 + 4,12 \cdot x - 3,36$$

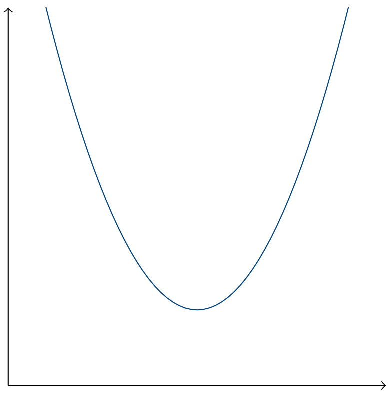
Komplikation

Als dem allgemeinen Funktionsterm einer *Polynomfunktion n-ten Grades* definiert man:

Als *Produktform* definiert man:



Als spezielle Form einer Polynomfunktion 2-ten Grades definiert man die *Scheitelform*:



Peripetie

Beispiel 1

Gib jeweils den Grad der Polynomfunktion an.

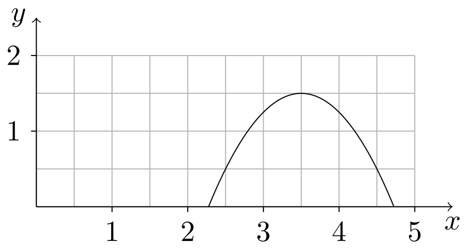
$$a(x) = 3 \cdot x \cdot (x^2 - 4); \qquad b(x) = (x-2) \cdot (x-3)^3 + 2 \cdot x$$

Der Grad von a ist 2, der Grad von b ist 5.

2 Fehler

Beispiel 2

Gib zum Schaubild den Funktionsterm einer Polynomfunktion zweiten Grades in Scheitelform an.



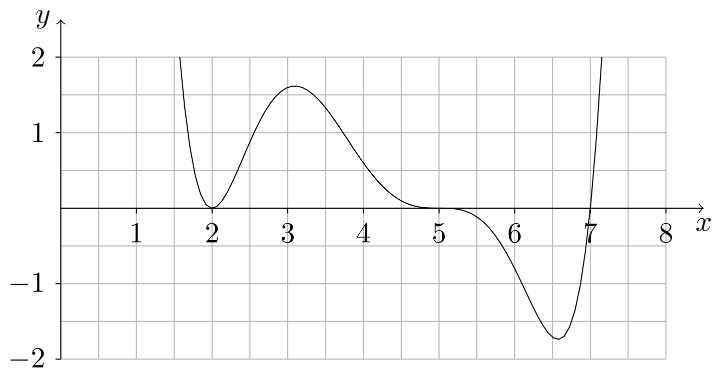
Möglicher Funktionsterm:

$$(x-3)^3 + 1,5$$

4 Fehler

Beispiel 3

Gib zum Schaubild den Funktionsterm einer Polynomfunktion an.



Möglicher Funktionsterm:

$$(x-3)^3 + 4,5$$

4 Fehler

Retardation

Aufgabe 1

Gib jeweils den Grad der Polynomfunktion an.

$a(x) = 2 \cdot x^3 - 4 \cdot x + 1$	$e(x) = 8 \cdot x^5 - 6 \cdot x^6$	$i(x) = 2 \cdot (x-4)^2 \cdot (x+1)$
$b(x) = 5 \cdot x^5 - 2 \cdot x^4$	$f(x) = 14 \cdot x^3 + 4 \cdot x^{14}$	$j(x) = (x+3)^2 \cdot (2-x)^5 \cdot x$
$c(x) = 3 \cdot x^2 + 2 \cdot x - 3$	$g(x) = 3 \cdot x^5 - 5 \cdot x^5$	$k(x) = 2 \cdot x \cdot (x-3)^3$
$d(x) = 7 \cdot 7 - 42$	$h(x) = 3 + 2 \cdot x^3 - 8 \cdot x^2$	$l(x) = (x-4)^4 \cdot (x-4)^{-4}$

AFB I

Aufgabe 2

Der Längsschnitt eines Schnurrbartes wird modelliert durch die Fläche der zwischen den Schaubildern von $a(x)$ und $b(x)$ im Intervall $0 \leq x \leq 12$.

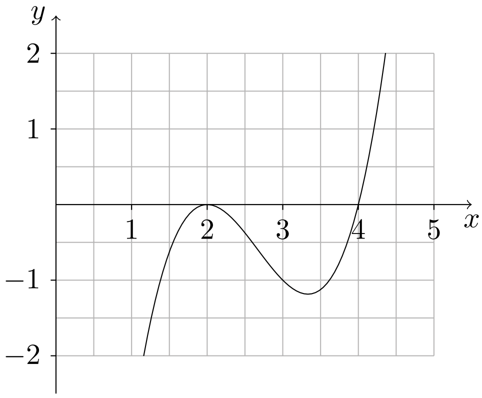
$$a(x) = 0,01 \cdot x \cdot (x-4) \cdot (x-8) \cdot (x-12); \qquad b(x) = 0,01 \cdot (x-2)^2 \cdot (x-10)^2$$

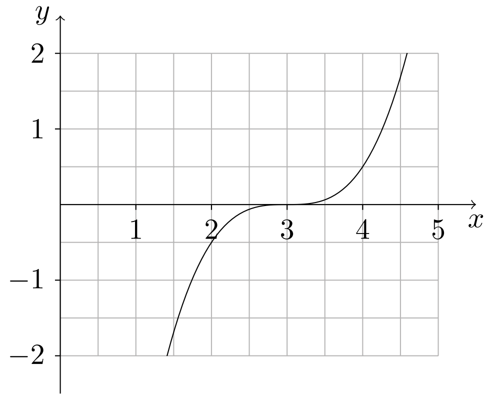
Skizziere den Schnurrbart in ein geeignetes Koordinatensystem.

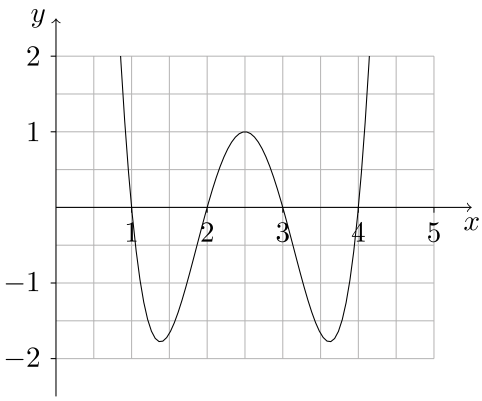
AFB I; TR

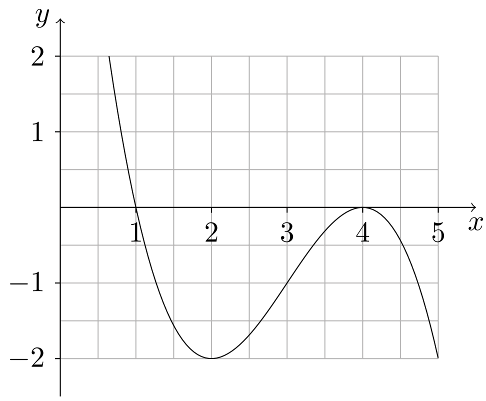
Aufgabe 3

Ermittle zu den angegebenen Schaubildern jeweils den Funktionsterm einer möglichen Polynomfunktion in allgemeiner Form.









AFB II

Aufgabe 4

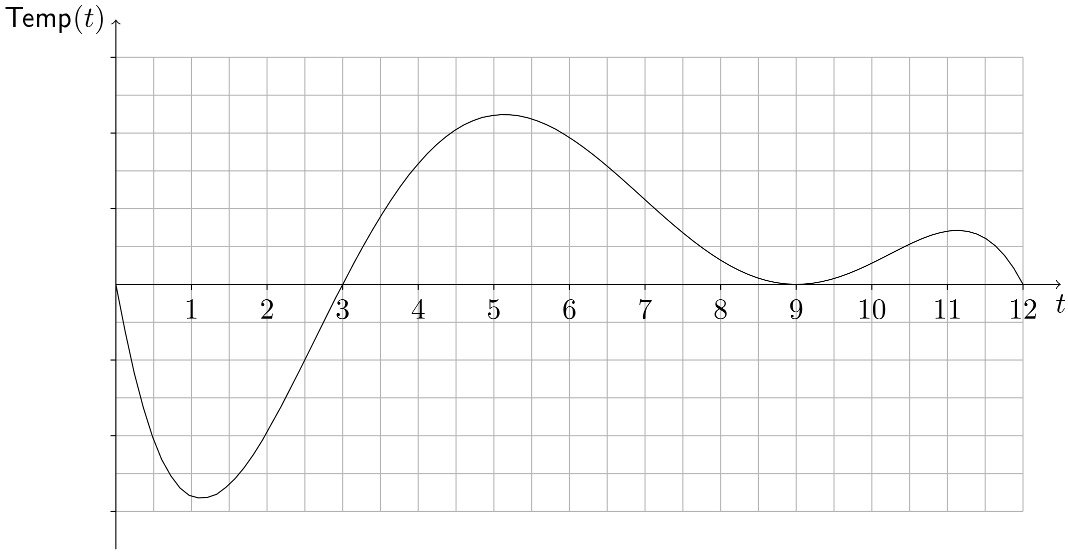
Gib die zu den Funktionstermen zugehörigen Parabeln jeweils in Scheitelform an und skizziere sie in ein geeignetes Koordinatensystem mit $0 \leq x;\ y \leq 5$.

$a(x) = 0,5 \cdot (x-2) \cdot (x-2); \qquad b(x) = -1 \cdot (x-1) \cdot (x-4); \qquad c(x) = \cdot(x-2) \cdot (x-3)$

Das Schaubild zeigt den Temeraturverlauf innerhalb eines Jahres für t in Monaten (hier wird ein Monat mit 30 Tagen modelliert) und Temp(t) in Grad Celcius. Zeige, dass sich das Schaubild zum Funktionsterm gehört, wenn gilt:

$$-0,02 \cdot t^5 + 0,66 \cdot t^4 - 7,74 \cdot t^3 + 37,26 \cdot t^2 - 58,32t$$

Skaliere damit die y-Achse und gib die Temperatur an deinem Geburtstag an. Bestimme den kältesten Tag.



AFB II; AFB III; TR

Aufgabe 6

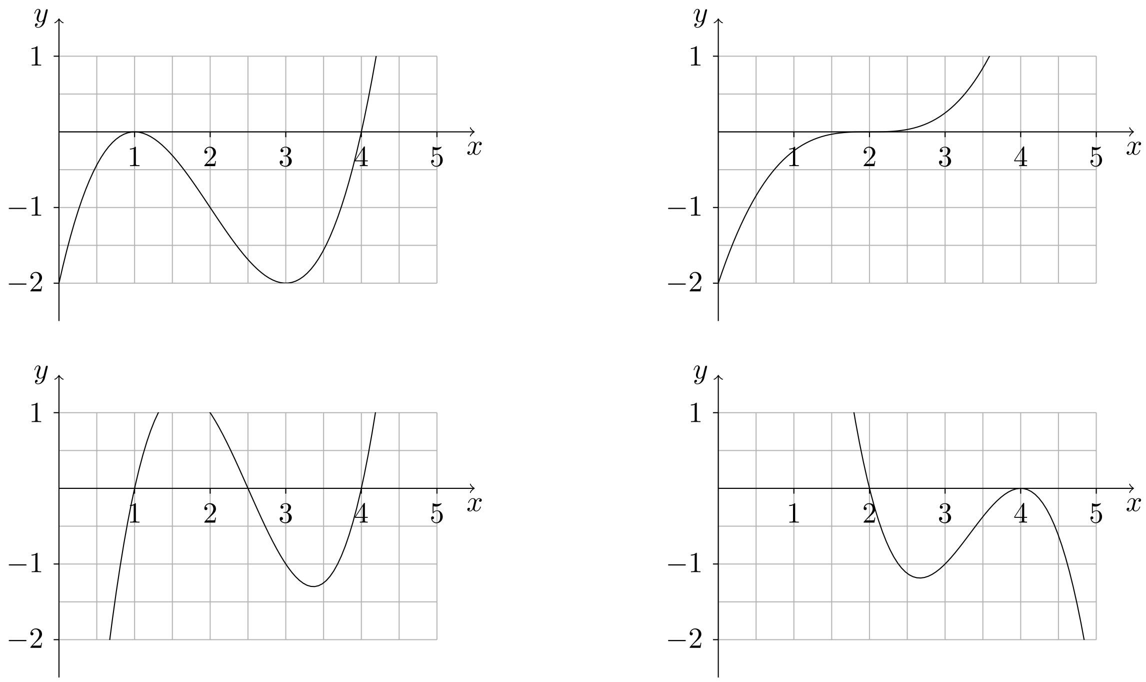
Gib jeweils den Grad der Polynomfunktion an.

$$a(x) = x^3 - 2 \cdot x^4; \qquad b(x) = (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x-4)^2$$

AFB I

Aufgabe 7

Ermittle zu den angegebenen Schaubildern jeweils den Funktionsterm einer möglichen Polynomfunktion.



AFB II

Aufgabe 8

Gib die Funktionsgleichung einer Polynomfunktion f an, deren Grad größer als 2 ist, die bei $x = 3$ einen gemeinsamen Punkt mit der x-Achse hat und für die gilt $f(x) \leq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

AFB III

Katastrophe

Lösung 42

Der Grad n von a ist gleich dem Grad m vom b:

$$n = m = 4$$

Lösung 43

Auftellen der Produktform und Einsetzten eines Punktes liefert:

$$a(x) = 0,5 \cdot (x-1)^2 \cdot (x-4)$$

$$b(x) = 0,25 \cdot (x-2)^3$$

$$c(x) = (x-1) \cdot (x-2,5) \cdot (x-4)$$

$$d(x) = -1 \cdot (x-4)^2 \cdot (x-2)$$

Die allgemeine Form wird hier nicht gefordert.

Lösung 44

Mögliche Lösung:

$$f(x) = -(x-3)^4$$

Da das Schaubild der Funktion unterhalb der x-Achse liegt, liegt bei $x = 3$ ein Berührpunkt vor, somit muss der Grad gerade sein.