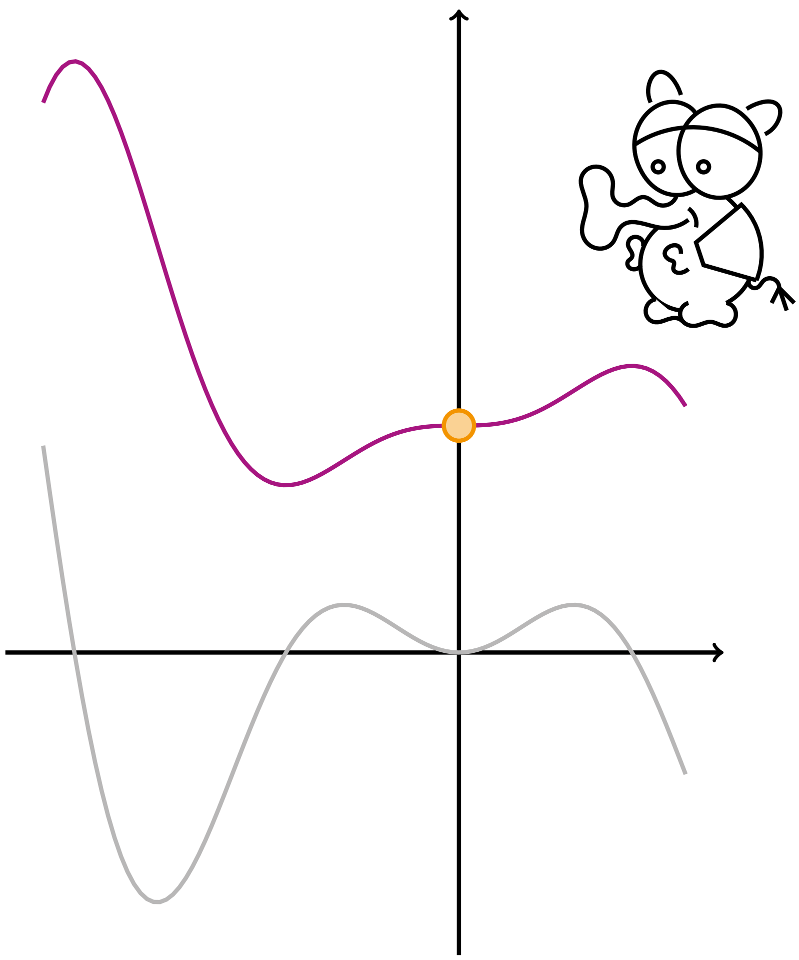
mathematikeanj1-bpe12.6-extrempunktung

Exposition

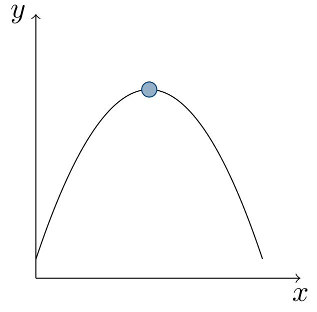
Das Schaubild modelliert den Längsschnitt eines Pferderückens. Überlege, wie man mit Hilfe der Ableitungsfunkktion den Sattelpunkt ermitteln kann.



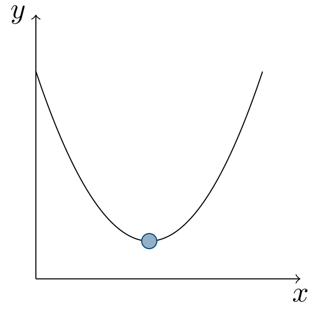
Komplikation

Wir berechnen *besondere Punkte* mit Hilfe der *hinreichenden Bedingungen*:

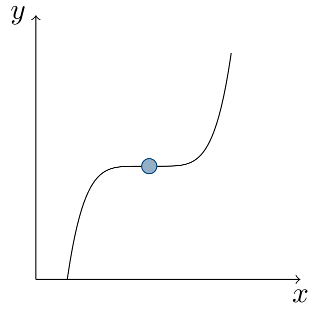
- *Hochpunkt*:



- *Tiefpunkt*:



- *Wendepunkt*:



Sind hinreichende Bedingungen nicht gegeben, können wir die Art des Extrempunktes mit Hilfe eines Vorzeichenwechsels der Ableitung überprüfen.

Peripetie

Beispiel 1

Berechne alle Extrem-und Wendepunkte der Funktion f, wenn gilt:

$$f(x) = x^2$$

Da $f'(x) = 2 \cdot x$ an der Stelle 0 eine Nullstelle hat und $f''(x) = 2$ größer als 0 ist, hat das Schaubild von f an der Stelle $P(0|0)$ einen Hochpunkt.

1 Fehler

Beispiel 2

Berechne alle Extrem-und Wendepunkte der Funktion f, wenn gilt:

$$f(x) = x^4$$

Da Sowohl $f'(x) = 4 \cdot x^3$ als auch $f''(x) = 12 \cdot x^2$ an der Stelle 0 eine Nullstelle haben, handelt es sich um einen Sattelpunkt.

1 Fehler

Retardation

Aufgabe 1

Untersuche die Aussage 'Zwischen zwei Tiefpunkten liegt immer ein Hochpunkt', auf ihren Wahrheitsgehalt mit Hilfe des Schaubildes von f, wenn gilt:

$$f(x) = \frac{(x-2)^2 \cdot (x+2)^2}{x^2}$$

AFB I; TR

Aufgabe 2

Skizziere jeweils das Schaubild für $0 \leq x;\ y \leq 3$. Ermittle zeichnerisch jeweils den besonderen Punkt und überprüfe dein Ergebnis rechnerisch.

$$a(x) = -x^2 + 3 \cdot x - 1{,}75$$

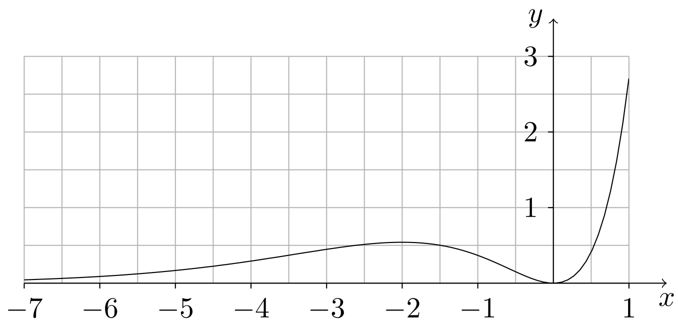
$$b(x) = x^2 - 3 \cdot x + 2{,}75$$

$$c(x) = x^3 - 4{,}5x^2 + 6{,}75 \cdot x - 1{,}875$$

AFB I; TR

Aufgabe 3

Gegegeben ist das Schaubild K der Funktion f mit $f(x) = x^2 * e^x$. Ermittle im Schaubild alle besonderen Punkte und überprüfe dein Ergebnis rechnerisch.



AFB II

Aufgabe 4

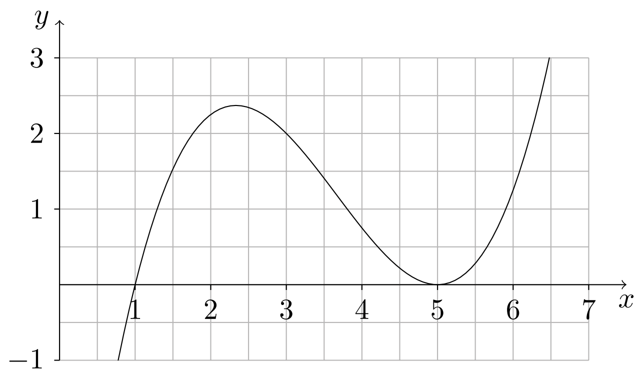
Berechne den besonderen Punkt des Schaubildes von f, wenn gilt:

$$f(x) = (x-3)^4 + 1$$

AFB II

Aufgabe 5

Gegegeben ist das Schaubild K der Ableitungsfunktion von f. Untersuche die Aussagen jeweils auf ihren Wahrheitsgehalt.



1. Das Schaubild von f hat an der Stelle $x = 5$ einen Tiefpunkt.
2. Das Schaubild von f hat an der Stelle $x = 1$ einen Tiefpunkt.
3. Das Schaubild von f hat im Intervall $[1; 6]$ zwei Wendepunkte.
4. Das Schaubild von f'' hat im Intervall $[3; 4]$ eine Nullstelle.

AFB II

Aufgabe 6

Gib das globale Maximum und das globale Minimum von f im Intervall $[0; 8]$ an, wenn gilt:

$$f(x) = 0,2 \cdot x^3 - 1,8 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 5$$

AFB I; AFB III; TR

Aufgabe 7

Berechne alle besonderen Punkte von f im Intervall $[-5,5; 3]$ an, wenn gilt:

$$f(x) = 0,2 \cdot x^2 \cdot \sin(x) + 3$$

AFB I; AFB II

Katastrophe

Lösung 6

Es gilt:

$$f'(x) = 0,6 \cdot x^2 - 3,6 \cdot x + 3; \qquad f''(x) = 1,2 \cdot x - 3,6$$

Nullsetzen der ersten Ableitungsfunktion liefert die Extremstellen $x_1 = 1$ und $x_2 = 5$. Einsetzten in die zweite Ableitungsfunktion liefert:

$$f''(1) < 0; \qquad f''(5) > 0$$

Somit gibt es zwei Extrempunkte:

$$H(1|6,4); \qquad T(5|0)$$

Überprüfen der Ränder lifert: $f(0) = 5$; $f(8) = 16,2$. Somit ist das globale Minimum gegeben durch $Mi(5|0)$ und das globale Maximum durch $Ma(8|16,2)$.

Lösung 7

Siehe Exposition.