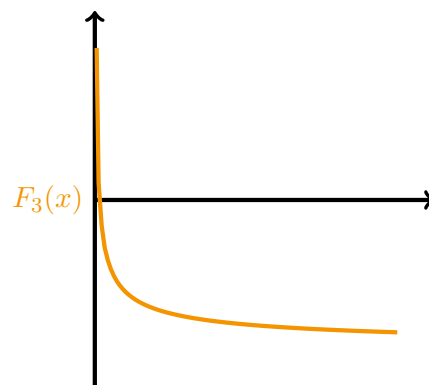
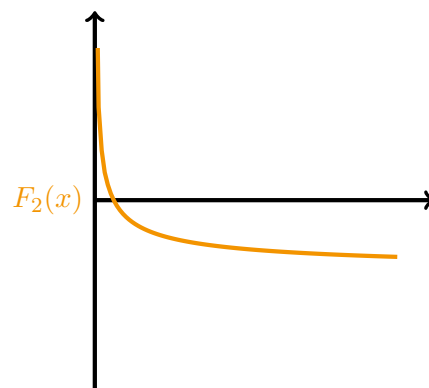
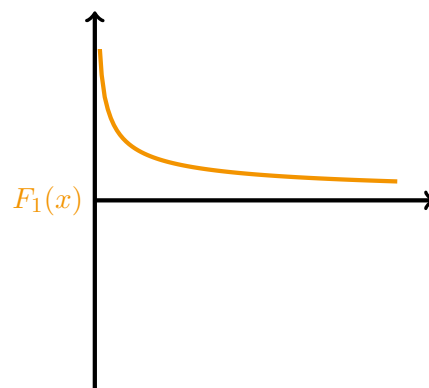
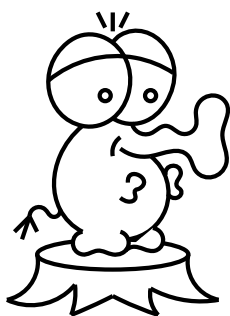
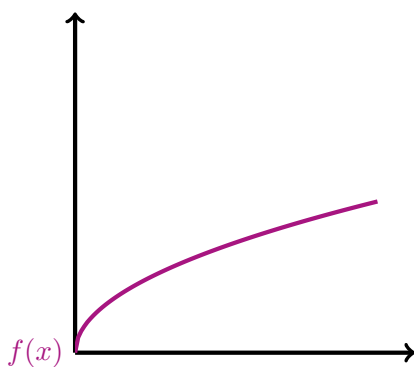




mathematikeanj1-bpe12.4-stammfunktionierung

Exposition

Überlege, welche **Stammfunktion** F zur abgeleiteten **Wurzelfunktion** f gehört.



Wir bezeichnen F als *Stammfunktion* von f , wenn gilt:

$$F'(x) = f(x)$$

Zum Bilden von Stammfunktionen verwenden wir die folgenden Regeln:

- *Potenzregel:*

$$f(x) = x^r; \quad r \neq -1 \quad \rightsquigarrow F(x) =$$

$$f(x) = x^{-1} \quad \rightsquigarrow F(x) =$$

- *Summenregel:*

$$f(x) = a(x) + b(x) \quad \rightsquigarrow F(x) =$$

- *Faktorregel:*

$$f(x) = c \cdot a(x) \quad \rightsquigarrow F(x) =$$

- *Kettenregel:*

$$f(x) = a(b(x)) \quad \rightsquigarrow F(x) =$$

- *Besondere Funktionen:*

Stammfunktionen sind nur bis auf einen konstanten Summanden $C \in \mathbb{R}$ eindeutig.

Peripetie

Beispiel 1

Berechne jeweils eine Stammfunktion.

$$a(x) = 6 \cdot x^2$$

$$b(x) = x^5 + x^4$$

$$c(x) = 4 \cdot \sin(x)$$

$$A(x) = 2 \cdot x^3$$

$$B(x) = 0,1 \cdot x^{10}$$

$$C(x) = 4 \cdot \cos(x)$$

$$d(x) = x^e$$

$$e(x) = \cos(2 \cdot x + 1)$$

$$f(x) = x$$

$$D(x) = x^e$$

$$E(x) = \sin(2 \cdot x + 1) \cdot 0,5$$

$$F(x) = 0,5 \cdot x^2 + 42$$

3 Fehler

Retardation

Aufgabe 1

Berechne jeweils eine mögliche Stammfunktion.

$$a(x) = 2 \cdot x^3 - 2 \cdot x^2$$

$$b(x) = \sqrt{x}$$

$$c(x) = 2 \cdot x^{-3}$$

$$d(x) = (3 \cdot x - 1)^4$$

$$e(x) = e^{-2 \cdot x + 1}$$

$$f(x) = \sin(x + 1) + 0,5 \cdot x$$

AFB I; AFB II



Aufgabe 2

Berechne jeweils alle möglichen Stammfunktionen.

$$a(x) = 3 \cdot x^4 - 3 \cdot x^4$$

$$d(x) = (3 \cdot x + 2)^4$$

$$b(x) = x^{1,5}$$

$$e(x) = 2 \cdot e^{x+1}$$

$$c(x) = 3 \cdot x^{-4}$$

$$f(x) = \cos(2 \cdot x + 1) + 0,5$$

AFB I; AFB II



Aufgabe 3

Berechne jeweils die Stammfunktion, die durch den Punkt $P(4|2)$ geht.

$$a(x) = 2 \cdot x^5 - 4 \cdot x + 1$$

$$d(x) = (5 \cdot x + 5)^5$$

$$b(x) = x^{0,3}$$

$$e(x) = e^{x+x}$$

$$c(x) = -2 \cdot x^{-2}$$

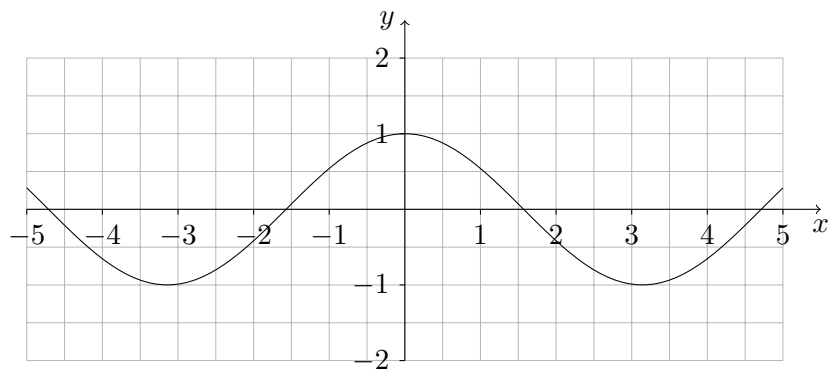
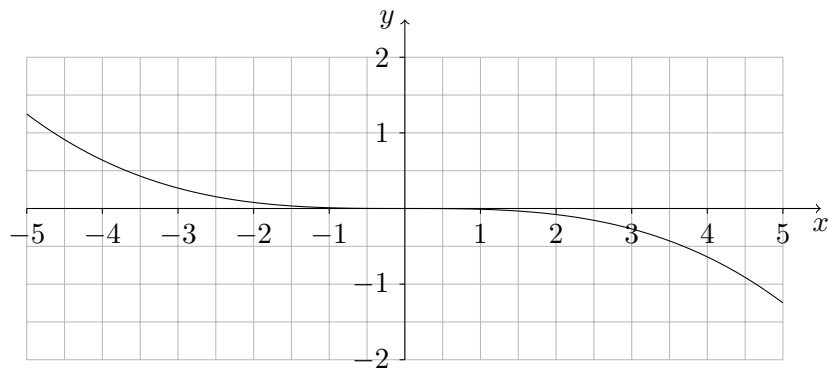
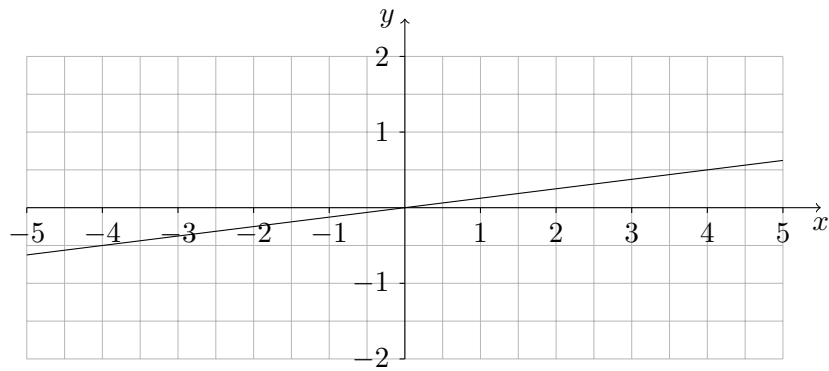
$$f(x) = -\sin(-2 \cdot x) + x^2$$

AFB I; AFB II; AFB III

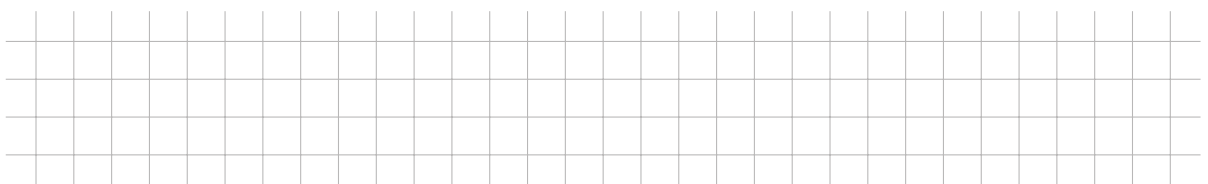


Aufgabe 4

Skizziere zum angegebenen Schaubild jeweils das Schaubild einer möglichen Stammfunktion.



AFB II

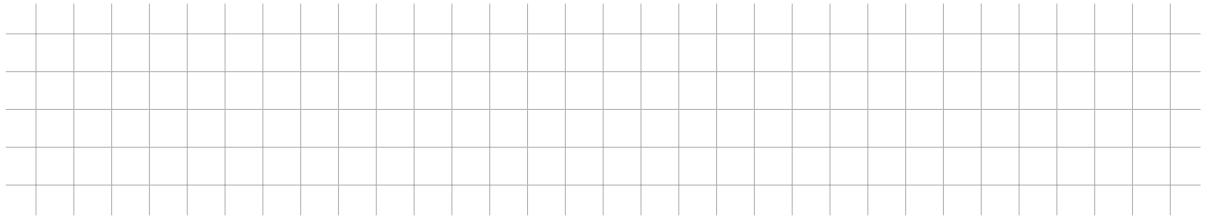


Aufgabe 5

Gib jeweils eine mögliche Stammfunktion an.

$$2 \cdot x^2 + 5; \quad \sin(2 \cdot x); \quad e^{2+3 \cdot x}$$

AFB I

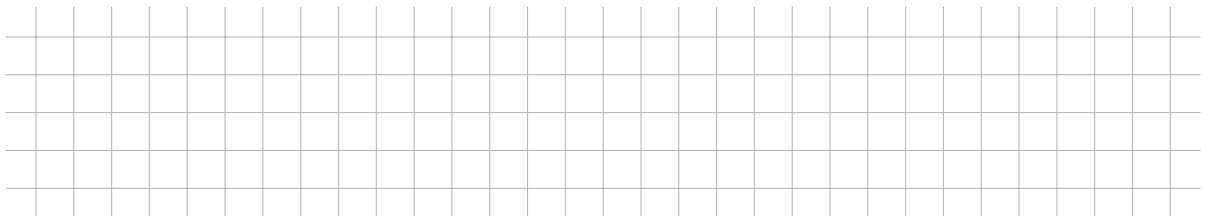


Aufgabe 6

Bestimme die Stammfunktion von f , die durch den Punkt $P(\ln(3)|8)$ geht, wenn gilt:

$$f(x) = e^{2 \cdot x} + 2 \cdot x$$

AFB II

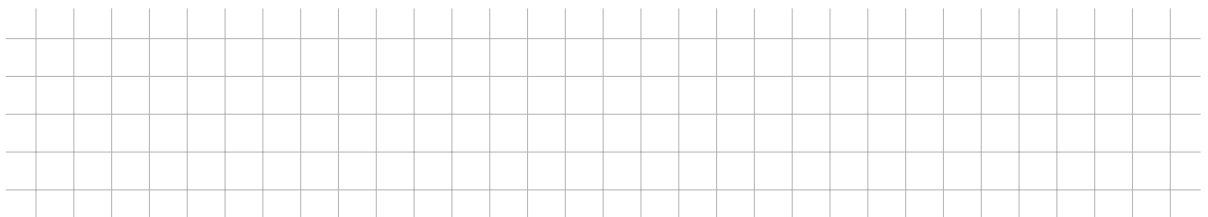


Aufgabe 7

Gib zwei verschiedene Lösungen der Gleichung für $F(x)$ an.

$$F(x) = f(x)$$

AFB III



Mögliche Lösungen:

$$\frac{2}{3} \cdot x^3 + 5 \cdot x; \quad -\cos(2 \cdot x) \cdot 0,5; \quad e^{2+3 \cdot x} \cdot \frac{1}{3}$$

Für $C \in \mathbb{R}$ gilt:

$$F(x) = e^{2 \cdot x} \cdot \frac{1}{2} + x^2 + C$$

Setzt man die Nebenbedingung ein, so gilt:

$$F(\ln(3)) = 8$$

Und somit:

$$\begin{aligned} e^{2 \cdot \ln(3)} \cdot \frac{1}{2} + \ln(3)^2 + C &= 8 \\ e^{\ln(3^2)} \cdot \frac{1}{2} + \ln(3)^2 + C &= 8 \\ 9 \cdot \frac{1}{2} + \ln(3)^2 + C &= 8 \\ 5,7 + C &= 8 \\ C &= 2,3 \end{aligned}$$

Das liefert die Stammfunktion F :

$$F(x) = e^{2 \cdot x} \cdot \frac{1}{2} + x^2 + 2,3$$

Mögliche Lösungen:

$$F(x) = e^x; \quad F(x) = 0$$