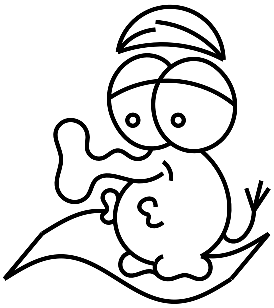
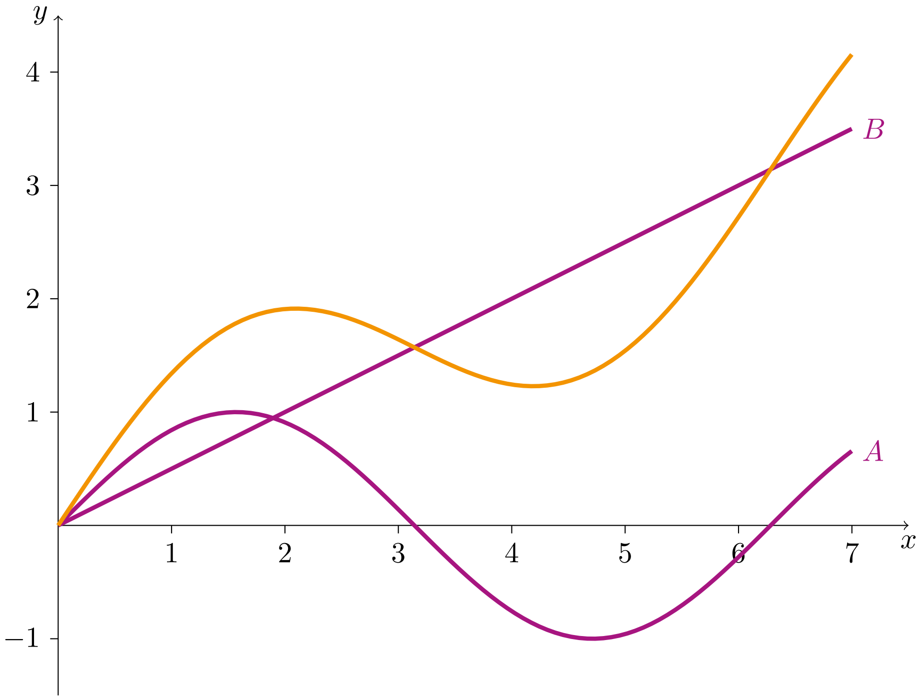
mathematikeanj1-bpe11.1bpe11.2bpe11.3-verknuepfung

Exposition

Ein Teppichhändler besitzt einen Teppichhandel für fliegendene Teppiche. Überlege, mit welchen Funktionstermen sich jeweils sein Gewinn aus den Regionen A und B modellieren lässt und welchen Funktionsterm und welche Bedeutung die verknüpfte Funktion hat.





Komplikation

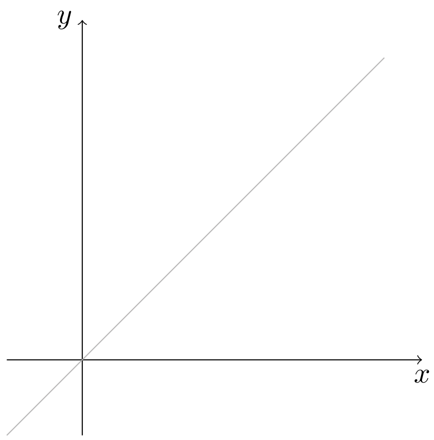
Eine Funktion, die sich aus mehreren Funktionstermen zusammensetzt bezeichnen wir als *verknüpfte Funktion*. Dabei unterscheiden wir:

- Summe von Funktionen:

- Produkt von Funktionen:

- *Verkettung* von Funktionen:

Wir bezeichnen die Funktion $g(x)$ als *Umkehrfunktion* von $f(x)$ dann und nur dann, wenn gilt:



Peripetie

Beispiel 1

Bestimme die Nullstellen des Schaubildes K der Funktion f, die sich aus der Summe der Funktionen von g und h zusammensetzt.

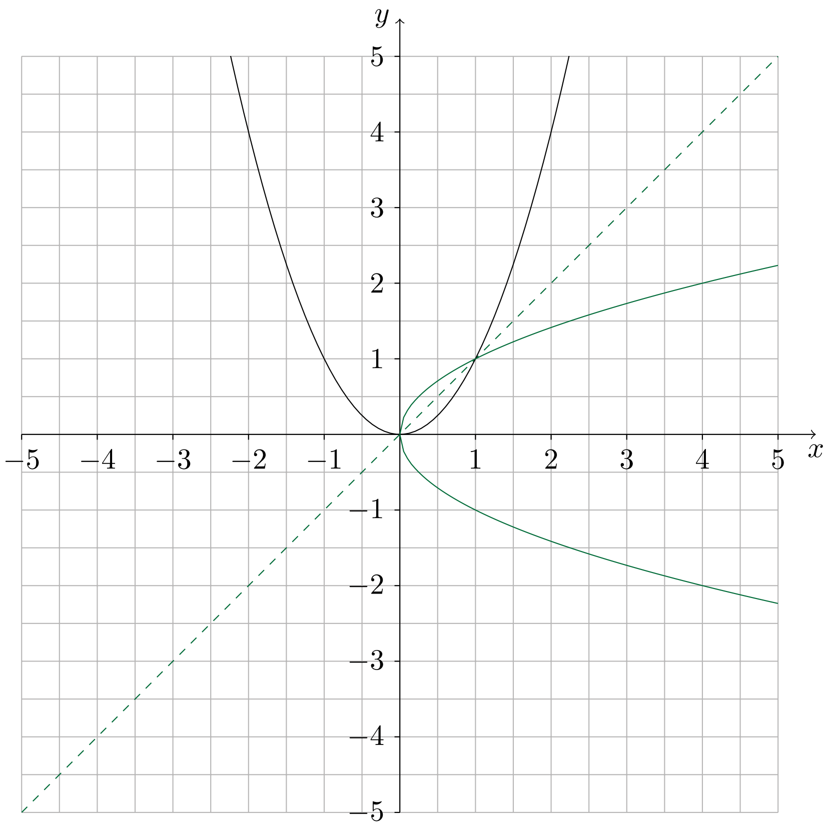
$$g(x) = e^x; \qquad h(x) = -x^2 - 1$$

K hat keine Nullstellen, da sowohl das Schaubild von g als auch das Schaubild von h keine Nullstellen haben.

1 Fehler

Beispiel 2

Gegeben ist das Schaubild K einer Funktion f. Untersuche zeichnerisch die Existenz einer Umkehrfunktion von f, wenn gilt $D_f = \mathrm{R}$.



Die Umkehrfunktion existiert (siehe Skizze).

1 Fehler

Aufgabe 1

Skizziere die Schaubilder der Funktionen in ein Koordinatensystem mit $-5 \leq x; y \leq 5$. Gib jeweils alle gemeinsamen Punkte mit den Koordinatenachsen, alle Symmetrieeigenschaften und alle Asymptoten an.

$a(x) = 2 \cdot e^x - x + 1$

$b(x) = e^x - 0,1 \cdot e^{2 \cdot x}$

$c(x) = e^x \cdot (x-2)^2$

$d(x) = \cos(x) \cdot x$

AFB I; TR

Aufgabe 2

Gib jeweils eine mögliche nichttriviale (Trivial wäre $h(x) = x$) innere Funktion und die zugehörige äußere Funktion der verketteten Funktion an an.

$a(x) = (2x+1)^4$

$b(x) = \sqrt{1-x}$

$c(x) = e^{x^2}$

$d(x) = 3 \cdot \sin(5 \cdot (x+2))$

AFB II

Aufgabe 3

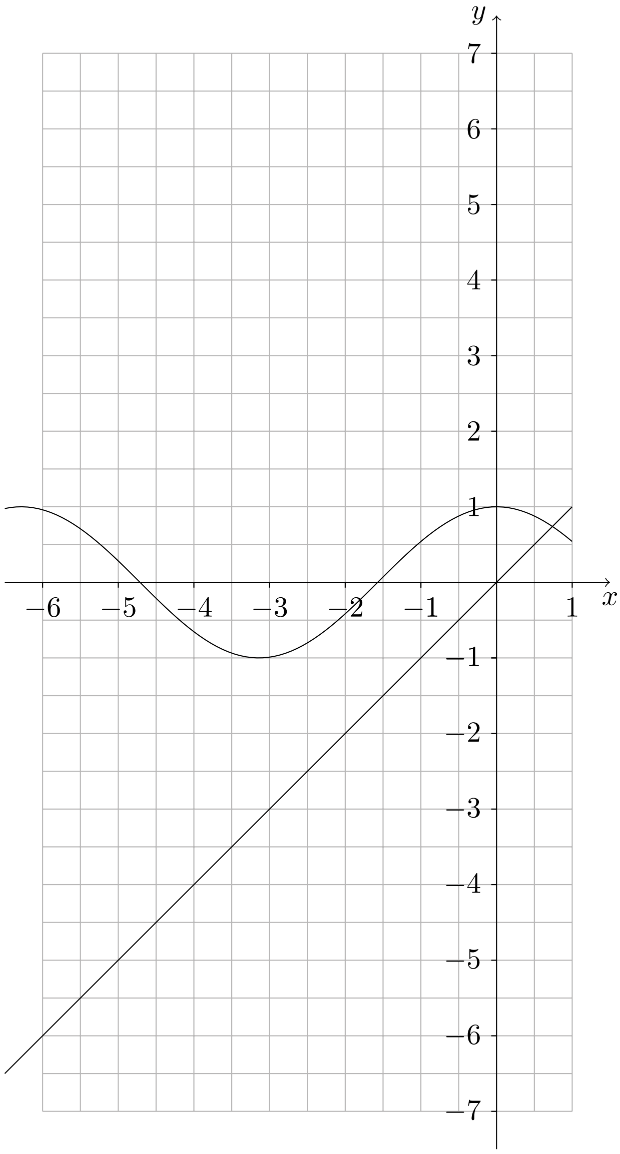
Untersuche jeweils den Wahrheitsgehalt der Aussage, wenn gilt: $f(x) = a(x) \cdot b(x)$

1. Sind $a(x)$ und $b(x)$ Punktsymmetrisch zum Ursprung, so gilt dies auch für $f(x)$.
2. Haben $a(x)$ und $b(x)$ Schnittpunkte mit der x-Achse so hat $f(x)$ dieselben Schnittpunkte mit der x-Achse.
3. Haben $a(x)$ und $b(x)$ Schnittpunkte mit der y-Achse so hat $f(x)$ dieselben Schnittpunkte mit der y-Achse.

AFB III

Aufgabe 4

Gib für die Schaubilder mögliche zugehörige Funktionsterme an. Skizziere das Schaubild der Funktion für $-2 \cdot \pi \leq x \leq 1$, die sich aus dem Produkt der beiden gegeben Graphen ergibt.



AFB II

Aufgabe 5

Skizziere zu den Funktionen für $0 \leq x \leq 7$ die zugehörigen Schaubilder, ermittle zeichnerisch die jeweilige Umkehrfunktion für $D = \mathrm{R}^+$ und überprüfe dein Ergebnis rechnerisch.

$$a(x) = 0,5 \cdot x + 3; \qquad b(x) = e^x + 1; \qquad c(x) = x^2 + 2$$

AFB III; TR

Aufgabe 6

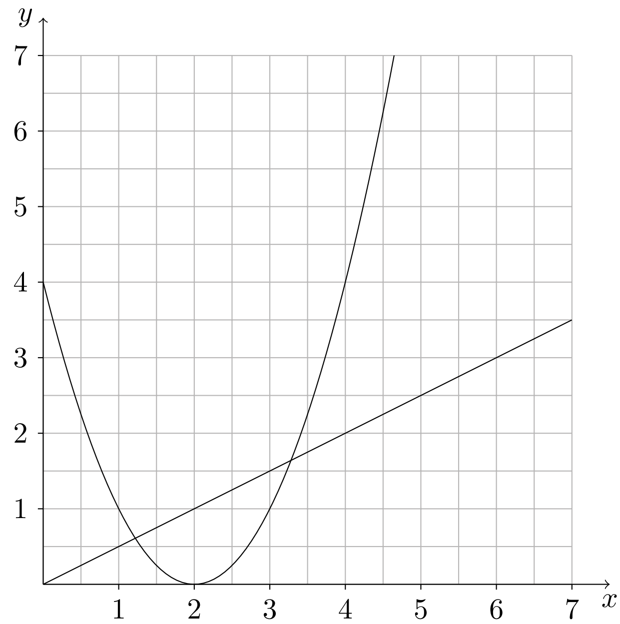
Gib jeweils die innere lineare Funktion an. Skizziere dann die Schaubilder der Funktionen für $0 \leq x \leq 10$ mit in ein geeignetes Koordinatensystem.

$$a(x) = 0,1 \cdot e^{2 \cdot x - 1}; \qquad b(x) = x^2 \cdot \sin(\pi \cdot x)$$

AFB I; TR

Aufgabe 7

Gegeben sind die Schaubilder der Funktionen $a(x)$ und $b(x)$ Skizziere das Schaubild der Funktion $f(x)$ und $g(x)$ für $0 \leq x;\ y \leq 7$, wenn gilt: $f(x) = a(x) + b(x)$ und $g(x) = a(x) \cdot b(x)$



AFB II

Aufgabe 8

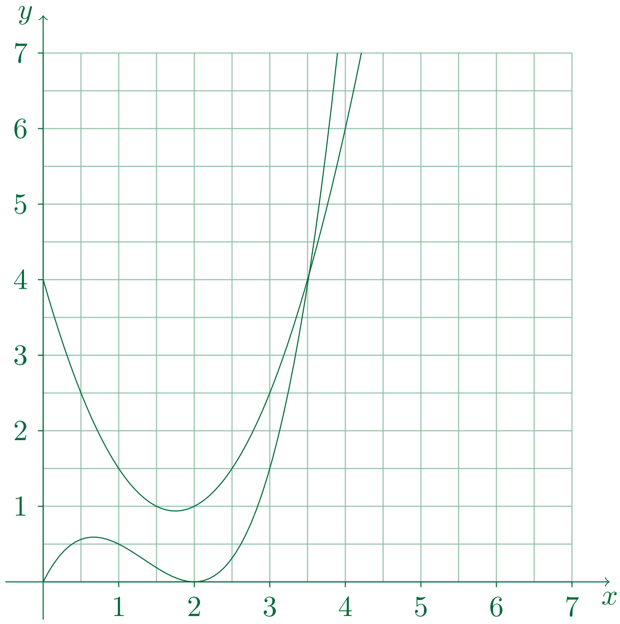
Untersuche zeichnerisch die Aussage: 'Es gibt kein Schaubild einer Funktion, die Punktsymmetrisch ist aber nicht durch den Ursprung geht.'

AFB III

Lösung 6

Innere Funktion von von $a(x)$ ist $2 \cdot x - 1$; innere Funktion von $b(x)$ ist $\pi \cdot x$. Skizze mit Hilfe der Wertetabelle Trivial.

Lösung 7



Lösung 8

Die Aussage ist falsch: