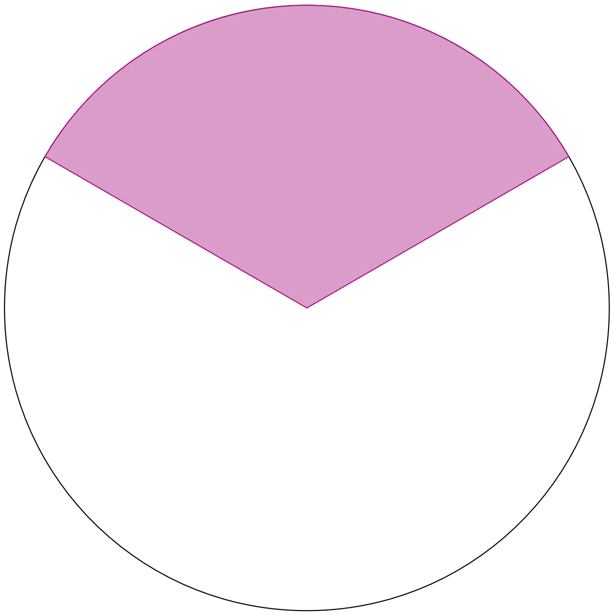
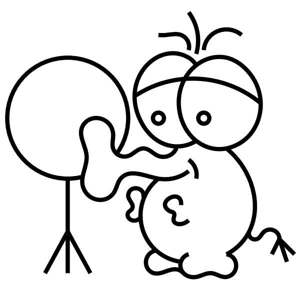
mathematik2bfs2-bpe4.3-erwartung

Exposition

Ein Glücksspieler spielt ein Glücksradspiel mit einem Einsatz von 1 Euro. Das Glücksrad besteht zu einem Drittel aus einem Gewinnsektor . Nur wenn nach einer zufälligen Drehung das Glücksrad innerhalb dieses Sektors stehen bleibt gewinnt man. Überlege, wie viel man gewinnen muss, damit es sich um ein faires Spiel handelt.





Komplikation

Wir definieren den *Erwartungswert* einer Zufallsvariable:

Wir berechnen den *Erwartungswert* einer Zufallsvariable mit ihrer Wahrscheinlichkeitsverteilung:

x_i						
$P(X = x_i)$						

Peripetie

Beispiel 1

Berechne den Erwartungswert der Zufallsvariablen X, wenn die Zufallsvariable das Ergebnis des Werfens eines fairen, handelsüblichen Würfels betrachtet.

Für die Wahrscheinlichkeitsverteilugn gilt:

x_i	1	2	3	4	5	6
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

Somit gilt:

$$E(X) = 1 \cdot \frac{1}{6} + 2 \cdot \frac{1}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} + 4 \cdot \frac{1}{6} + 5 \cdot \frac{1}{6} + 6 \cdot \frac{1}{6} = 4$$

1 Fehler

Retardation

Aufgabe 1

Der zufällige Wurf einer Münze mit Ergebnismenge $S = \{$Kopf; Zahl$\}$ wird durch die Zufallsvariable X beschrieben durch: $X(Kopf) = 1$; $X(Zahl) = 0$. Die Wahrscheinlichkeit eine Zahl zu werfen ist bei der Münze doppelt so groß, wie das Wurfergebnis Kopf. Berechne den Erwartungswert.

AFB I

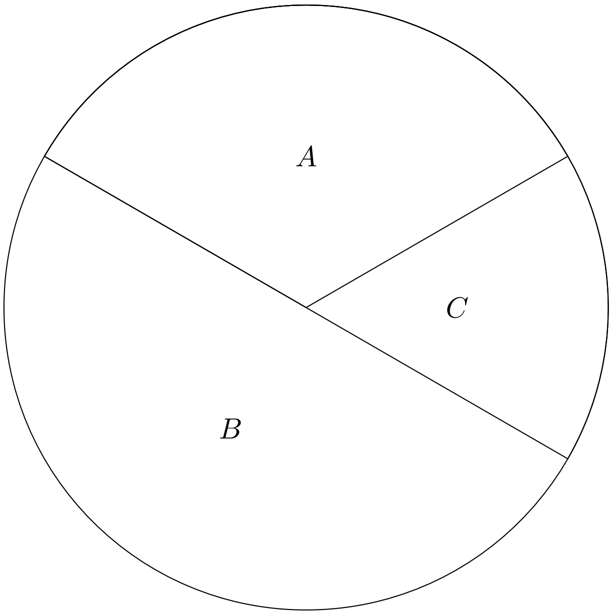
Aufgabe 2

Zwei handelsübliche Würfel werden zufäälig geworfen. Eine Zufallsvariable X bildet das Wurfergebnis auf die Summe der Augenzahlen ab. Berchne den Erwartungswert von X.

AFB II

Aufgabe 3

Ein Glücksradbetreiber hat das abgebildete Glücksrad mit den Sektoren A, B und C. Er möchte ein Spiel anbieten, bei dem er langfristig im Durchschnitt 1 Euro pro Spiel gewinnt. Im Sektor A soll der Gewinn 2 Euro, im Sektor B 1 Euro und im Sektor C 0 Euro betragen. Berechnde den Einsatz, den er verlangen muss.



AFB III; TR

Katastrophe

Lösung 3

Wenn X den Gewinn ermittelt, dann gilt für den Erwartungswert $E(X)$ bei einem fairen Spiel:

$$E(X) = 0$$

Die Wahrscheinlichkeiten der Sektoren bekommen wird durch die Sektorwinkel:

$$P(A) = \frac{1}{3}; \qquad P(B) = \frac{1}{2}; \qquad P(C) = \frac{1}{6}$$

Einsetzen der Definiton mit Einsatz $k \in \mathrm{R}$ liefert:

$$E(X) = (2-k) \cdot \frac{1}{3} + (1-k) \cdot \frac{1}{2} + (0-k) \cdot \frac{1}{6} = 0$$

Durchmultiplizieren mit 6 liefert:

$$\begin{aligned} (2-k) \cdot 2 + (1-k) \cdot 3 - k &= 0 \\ 4 - 2 \cdot k + 3 - 3 \cdot k - k &= 0 \\ 7 - 6 \cdot k &= 0 \\ k &= \frac{7}{6} \end{aligned}$$

Der Glücksradbetreiber muss etwa $1,17$ Euro Einsatz verlangen.