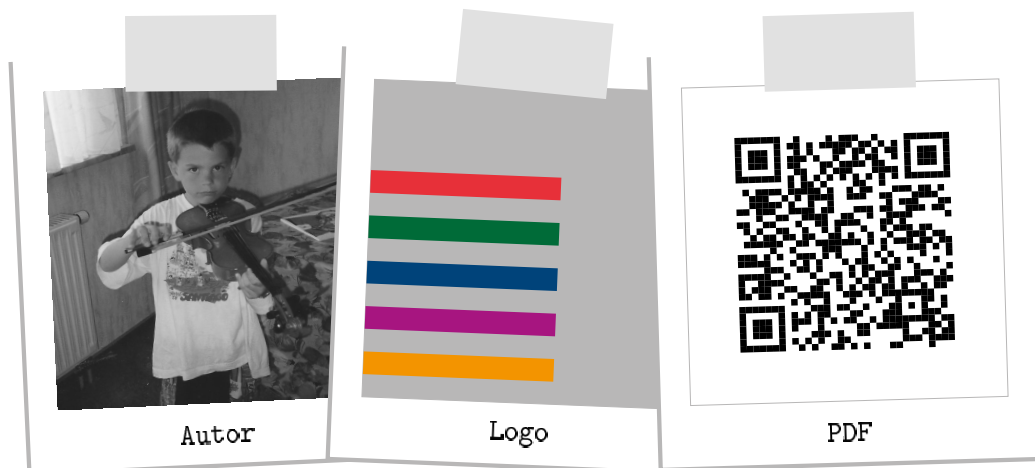




Exposition

Eine **Schnecke** ist der überzeugende Beweis dafür, dass das Universum nicht in Eile ist - und wenn es doch einmal irgendwo pünktlich ankommt, dann garantiert mit Schleimspur und einem sehr verwirrten Gesichtsausdruck.



Die Bildungsplaneinheit dient der vorbereitenden Begriffsbildung für die Differenzialrechnung in den Jahrgangsstufen. Die Schülerinnen und Schüler entwickeln handlungsorientiert eine grundsätzliche Vorstellung und Repräsentation momentane und durchschnittliche **Änderungsrate**. Sie erweitern in der Modellierungs- und Problemlösekompetenz, indem sie Realsituationen mathematisch durch den Begriff der Änderungsrate aus einem weiteren Blickwinkel analysieren und beschreiben können. Abschließend lernen die Schülerinnen und Schüler die Zusammenhänge der Graphen von Funktion und Steigung kennen und formulieren davon ausgehend erste Hypothesen über den algebraischen Zusammenhang.

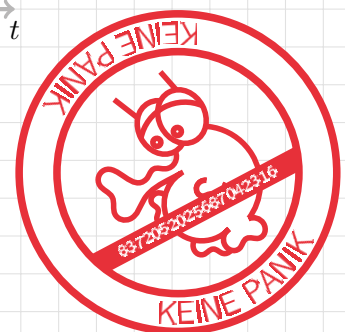
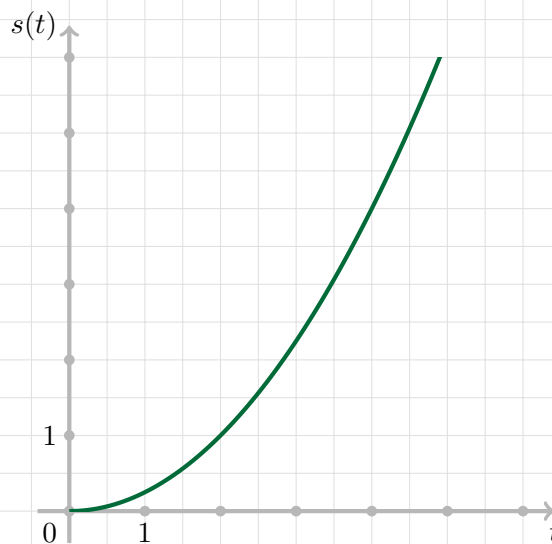


Komplikation

Bearbeite die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte. Dokumentiere und reflektiere deine Vorgehensweise.

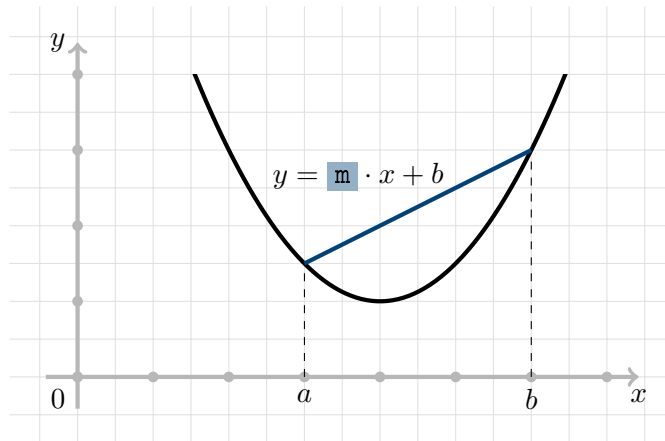


Gegeben ist das **Schaubild** $s(t)$ die den zurückgelegten Weg einer Schnecke in Abhängigkeit von der Zeit modelliert. Untersuche zeichnerisch, welche mittlere Geschwindigkeit die Schnecke innerhalb des Intervalles $[2; 5]$ hat und welche momentane Geschwindigkeit die Schnecke beim Zeitpunkt $t_0 = 2$ hat. Ermittle eine allgemeine Formel, mit der sich für jeden beliebigen Intervall $[a; b]$ mit $a < b \in \mathbb{R}$ die momentane Geschwindigkeit von $s(t)$ bestimmen lässt. Untersuche, wie sich aus der mittleren Geschwindigkeit die momentane Geschwindigkeit berechnen lässt.



Wir unterscheiden zwei Änderungsraten:

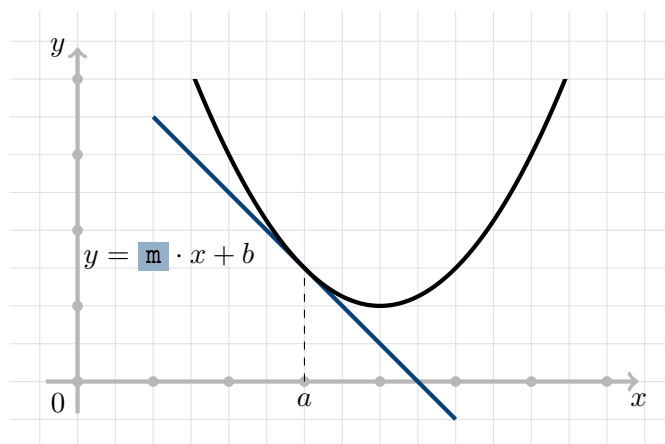
1. Durchschnittliche Änderungsrate:



$$m = \frac{\Delta x}{\Delta y} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Sekantensteigung im Intervall $[a; b]$ mit $a < b \in \mathbb{R}$.

2. Momentane Änderungsrate:



$$m = \lim_{b \rightarrow a} \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

Tangente Steigung an der Stelle $a \in \mathbb{R}$.

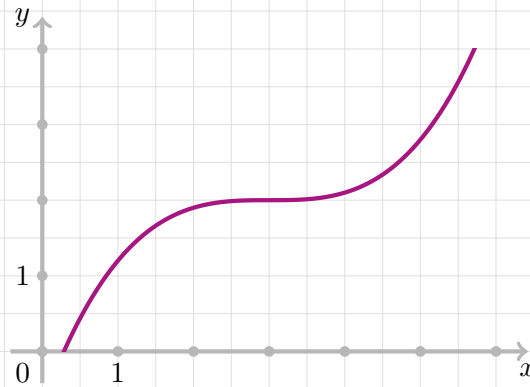
Mit Hilfe der momentanen Steigungen ermitteln wir zeichnerisch die Ableitungsfunktion $f'(x)$, deren Funktionswerte den momentanen Steigungen entsprechen.

1. Momentane Steigungen zeichnerisch ermitteln
2. Jeweils als Funktionswert abtragen
3. Punkte verbinden



Aufgabe 1 [AFB I]

Gegeben ist das Schaubild K der Funktion f . Ermittle näherungsweise zeichnerisch sowohl die momentane Steigung von f bei $x_1 = 2$; $x_2 = 3$ und $x_3 = 5$ als auch die mittlere Steigung im Intervall $[2; 5]$.



Aufgabe 2 [AFB II]

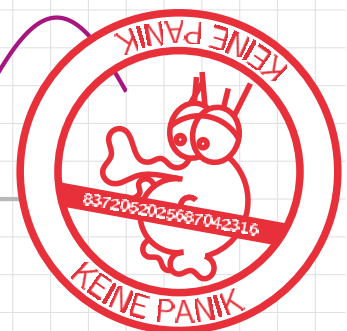
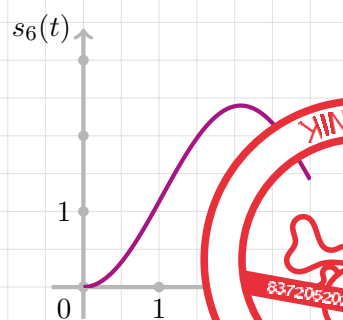
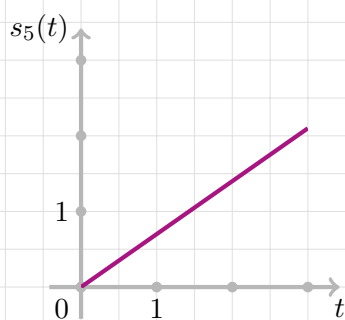
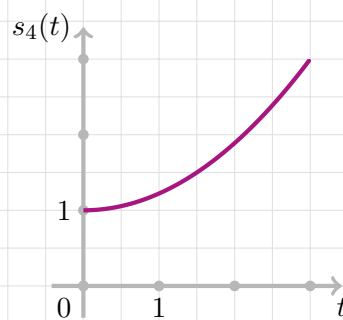
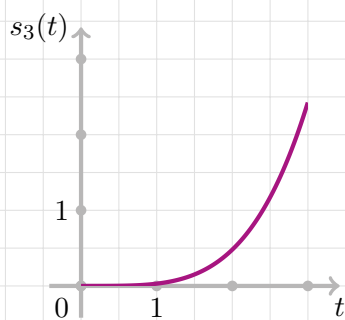
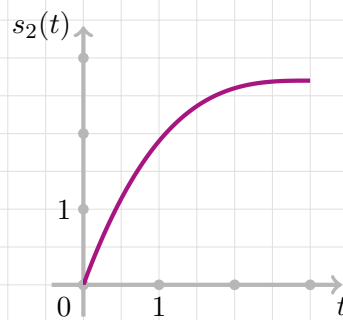
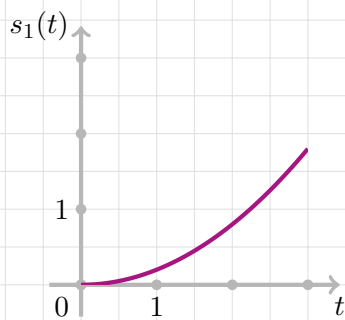
Skizziere das Schaubild einer Funktion mit der momentanen Steigung 4 bei $x_0 = 2$ und der durchschnittlichen Steigung von 0 im Intervall $[-2; 2]$ in ein geeignetes Koordinatensystem.



Aufgabe 3 [AFB I; AFB II]

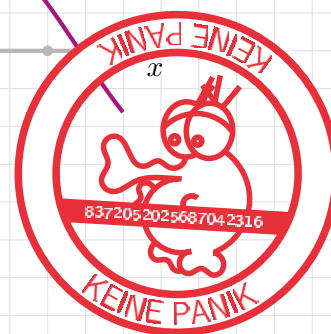
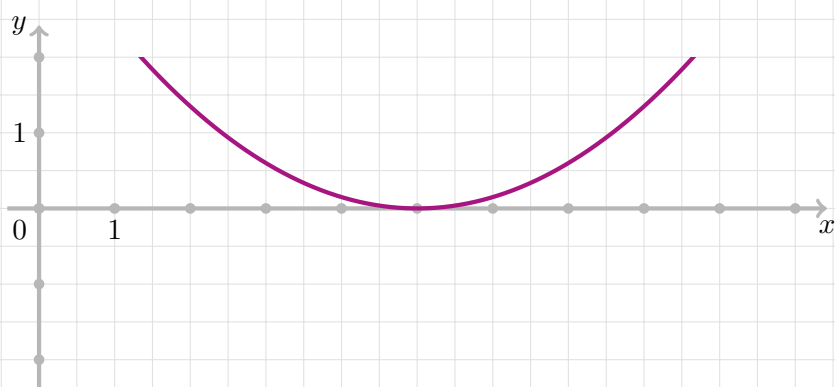
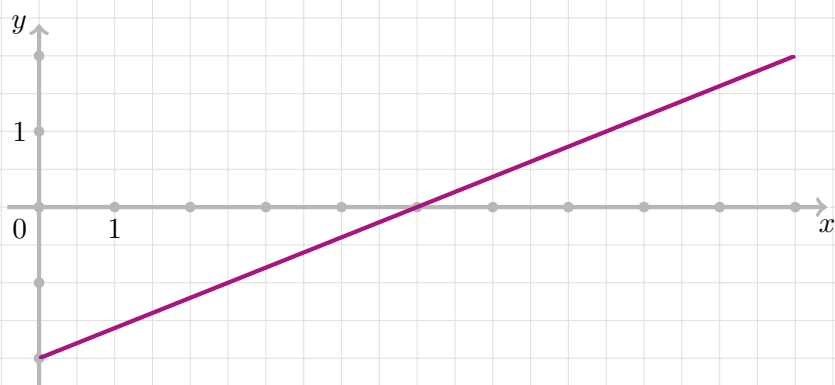
Bei einem Schneckenrennen geht es darum innerhalb von drei Stunden möglichst weit zu schleimen. Die **Schaubilder** zeigen jeweils den zurückgelegten Weg s (in Meter) in Abhängigkeit der Zeit t (in Stunden) einer Schnecke.

1. Gib an, welche Schnecke betrogen hat, welche Schnecke gewonnen hat, welche Schnecke immer langsamer wird und welche Schnecke sich verlaufen hat.
2. Ermittle zeichnerisch, welche Schnecke die größte Durchschnittsgeschwindigkeit innerhalb des Intervalls $[0; 3]$ hat.
3. Ermittle zeichnerisch, welche Schnecke bei $t = 2$ die höchste momentane Geschwindigkeit hat.



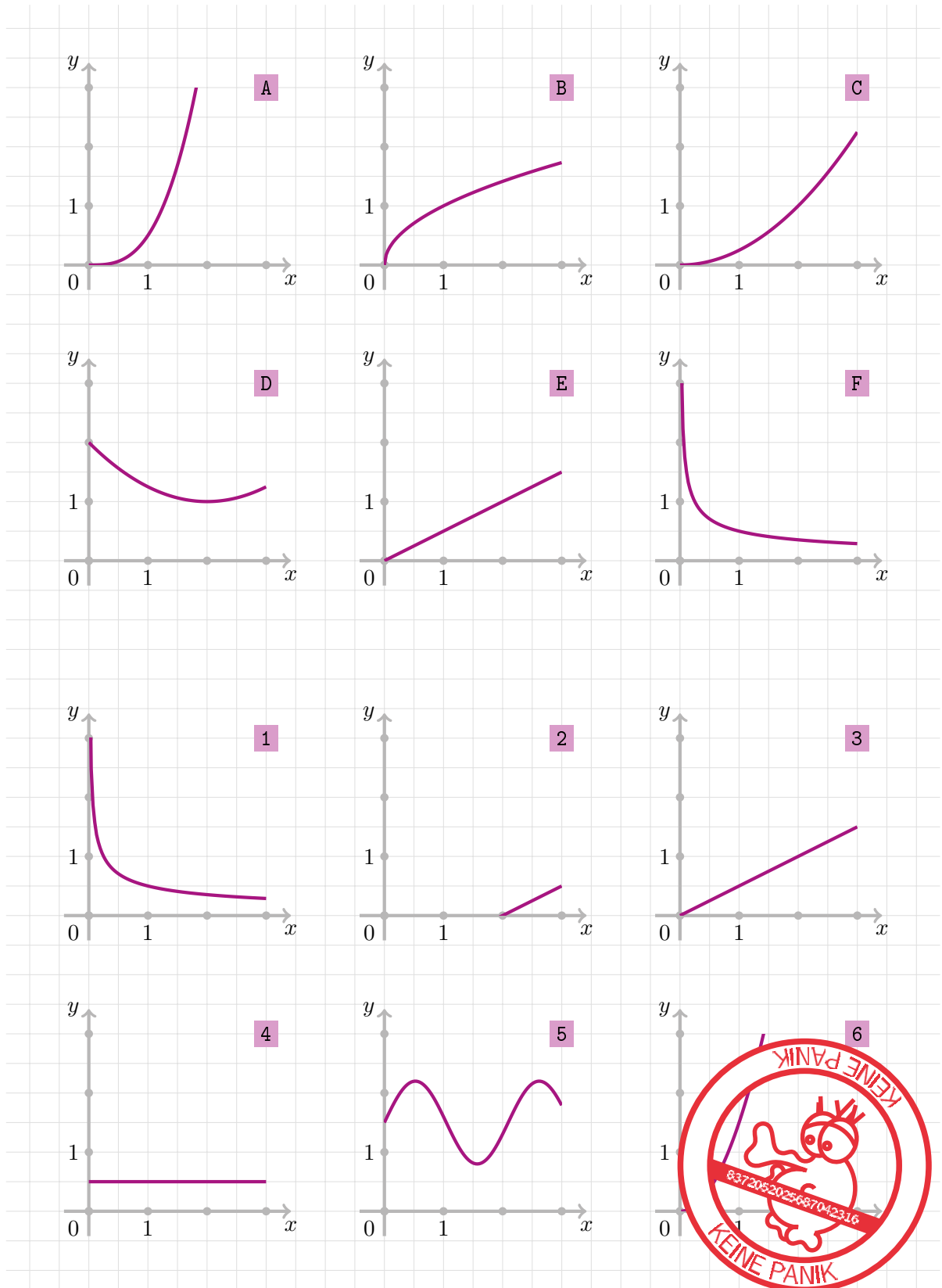
Aufgabe 4 [AFB II]

Gegeben ist jeweils das **Schaubild** der Funktion f . Skizziere jeweils das Schaubild der Ableitungsfunktion f' .



Aufgabe 5 [AFB I; AFB II]

Gib zu den Graphen der Funktionen A-F jeweils, falls vorhanden, den zugehörigen Graph der Ableitungsfunktion 1-6 an.



Eine Schnecke springt ohne Fallschirm aus einem Flugzeug.



Die zurückgelegte Fallhöhe kann mit der Funktion $s(t)$ (t in Sekunden und $s(t)$ in Metern) modelliert werden durch:

$$s(t) = 0,25 \cdot t^2$$

1. Berechne die durchschnittliche Geschwindigkeit der Schnecke im Intervall $[1; 167]$
2. Ermittle zeichnerisch die zugehörige Ableitungsfunktion $s'(t)$ und berechne damit die momentane Geschwindigkeit der Schnecke nach 21 Sekunden.
3. Berechne $a \in \mathbb{R}$, sodass die durchschnittliche Geschwindigkeit im Intervall $[a; a + 10]$ genau 23,5 Meter pro Sekunde beträgt.

