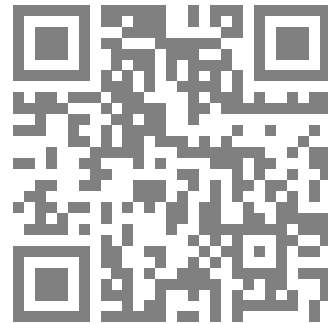


Aufgabensätze und Erwartungshorizonte für die mündliche Abiturprüfung des Schülers [...] (Klasse [...]) im Fach Mathematik am[...] von [...] Uhr bis [...] Uhr in Raum [...] des Beruflichen Schulzentrums Bietigheim-Bissingen unter der Leitung von [...], mit [...] als Prüfer und [...] als Protokollantin.



Zusatzprüfung

Exposition

Komplikation

Rechtliche Vorgaben

Peripetie

Aufgabensatz 1

Erwartungshorizont 1

Retardation

Aufgabensatz 2

Erwartungshorizont 2

Katastrophe

Aufgabensatz 3

Erwartungshorizont 3



## 0 Rechtliche Vorgaben

## 0.1 Auszug BS Kapitel 3.2.2

Die mündliche Prüfung bezieht sich auf mindestens zwei der in den Bildungsstandards genannten mathematischen Sachgebiete. [...] Die Aufgabenstellung [...] so angelegt sein, dass unter Beachtung der Anforderungsbereiche, die auf der Grundlage eines Erwartungshorizontes zugeordnet werden, grundsätzlich jede Note erreichbar ist. [...] Bei der Bewertung sollen vor allem folgende Kriterien berücksichtigt werden:

- Umfang und Qualität der nachgewiesenen mathematischen Kompetenzen
- sachgerechte Gliederung und folgerichtiger Aufbau der Darstellung, Beherrschung der Fachsprache, Verständlichkeit der Darlegungen, adäquater Einsatz der Präsentationsmittel und die Fähigkeit, das Wesentliche herauszustellen
- Verständnis für mathematische Probleme sowie die Fähigkeit, Zusammenhänge zu erkennen und darzustellen, mathematische Sachverhalte zu beurteilen, auf Fragen und Einwände einzugehen und gegebene Hilfen aufzugreifen
- Kreativität, Reflexionsfähigkeit und Selbstständigkeit im Prüfungsverlauf

## 0.2 Auszug BGVO § 35

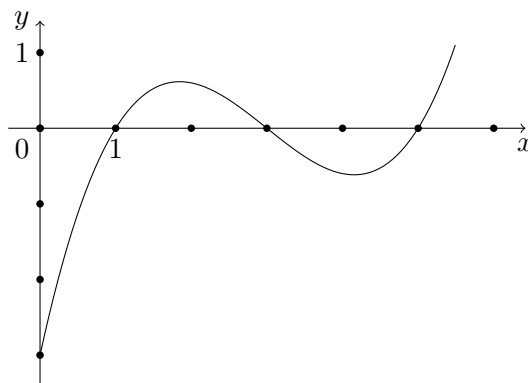
die Prüfungsaufgaben werden den Prüflingen schriftlich vorgelegt, wobei eine Zeit von in der Regel 20 Minuten zur Vorbereitung unter Aufsicht eingeräumt wird. [...] Die mündliche Prüfung wird als Einzelprüfung durchgeführt und dauert in der Regel 20 Minuten [...]. Das leitende Mitglied des Fachausschusses bestimmt den Gang der Prüfung und kann selbst prüfen. [...] Im Anschluss an die mündliche Prüfung des einzelnen Prüflings setzt der Fachausschuss das Ergebnis der mündlichen Prüfung nach § 15 Absatz 1 auf Vorschlag der Prüferin oder des Prüfers fest. Kann sich der Fachausschuss auf keine bestimmte Punktzahl einigen oder mehrheitlich mit der Stimme der Leiterin oder des Leiters für keine Punktzahl entscheiden, wird das Ergebnis aus dem auf die erste Dezimale errechneten Durchschnitt der Bewertungen aller Mitglieder gebildet, der auf eine volle Punktzahl zu runden ist. Hierbei werden die Dezimale 1 bis 4 auf die nächst niedrigere Punktzahl abgerundet und die Dezimale 5 bis 9 auf die nächst höhere Punktzahl aufgerundet.



## 1 Aufgabensatz 1

## 1.1 Analysis

Gegeben ist das Schaubild  $K$  der Funktion  $f$ .



1.1.1 Gib näherungsweise für  $K$  im Intervall  $x \in [0; 6]$  die Funktionsgleichung einer möglichen Polynomfunktion an. Skizziere für  $x \in [1; 5]$  das Schaubild der Ableitungsfunktion.

1.1.2 Untersuche die folgenden Aussagen auf ihren Wahrheitsgehalt:

- $f'(1) < f(1)$
- Das Schaubild von  $F$  hat mindestens drei Extrempunkte.
- Das Schaubild von  $F$  muss einen Hochpunkt bei  $H(3|0)$  haben.

1.1.3 Beschreibe möglichst genau, wie man die Gleichung einer Tangente  $t$  an  $K$  berechnen kann, sodass die Fläche, die von dem Schaubild von  $t$ ,  $K$  und der  $y$ -Achse für  $x \geq 0$  eingeschlossen wird, 2 Flächeneinheiten beträgt.

## 1.2 Analytische Geometrie

Gegeben sind drei Ebenen  $E$ ,  $F$  und  $G$ .

$$E: 2 \cdot x_1 + 3 \cdot x_2 - x_3 = 5$$

$$F: \quad \quad \quad x_3 = 3$$

$$G: 4 \cdot x_1 - 3 \cdot x_2 + x_3 = 1$$

1.2.1 Beschreibe die Lage der Ebene  $F$  im Koordinatensystem.

1.2.2 Berechne die Lösungsmenge des Gleichungssystems und interpretiere die Lösung geometrisch.

1.2.3 Ermittle die Schnittgerade der Ebenen  $E$  und  $G$ .



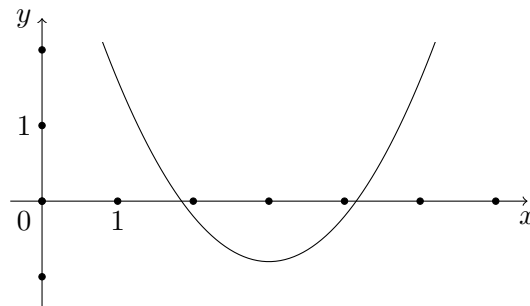
## 2 Erwartungshorizont 1

## 2.1 Analysis

## 2.1.1 Mögliche Funktionsgleichung:

$$f(x) = \frac{1}{5} \cdot (x-1) \cdot (x-3) \cdot (x-5)$$

Schaubild der Ableitungsfunktion:



## 2.1.2 Aussagen:

- Falsch, da  $f'(1) > 0$  und  $f(1) = 0$ .
- Wahr, da das Schaubild von  $f$  mindestens drei Nullstellen hat.
- Falsch, da die Bedingungen für den Hochpunkt an der Stelle zwar gegeben sind, die Position aber uneindeutig ist.

2.1.3 Flächenformel mit Integral von 0 bis zur  $x$ -Koordinate des Berührungspunktes gleichsetzen mit dem Flächeninhalt.

## 2.2 Analytische Geometrie

2.2.1  $F$  ist parallel mit Abstand 3 zur  $x_1x_2$ -Ebene.

2.2.2  $L = \{(1|2|3)\}$ , die Ebenen schneiden sich in einem Punkt.

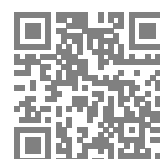
2.2.3 Stützvektor als Ortsvektor des Schnittpunktes und Richtungsvektor als Kreuzprodukt der Normalenvektoren.

## 2.3 Impulse

2.3.1 Beschreibung der zeichnerischen Bestimmung der Schnittgeraden.

2.3.2 Ermittlung der Funktionsgleichung einer trigonometrischen Funktion für  $f$  in  $x \in [1;5]$ .

2.3.3 Untersuchung: Für alle  $a \in [0;2]$  gilt:  $F(3+a) - F(3-a) = 0$ .



## 3 Aufgabensatz 2

## 3.1 Stochastik

Gegeben sind zwei stochastische Ereignisse  $A$  und  $B$  eines Zufallsexperiments. Es sind folgende Wahrscheinlichkeiten bekannt:

$$P(A) = 0,6; \quad P(\bar{B}) = 0,3; \quad P(A \cap \bar{B}) = 0,1$$

3.1.1 Gib die zugehörige Vierfeldertafel an.

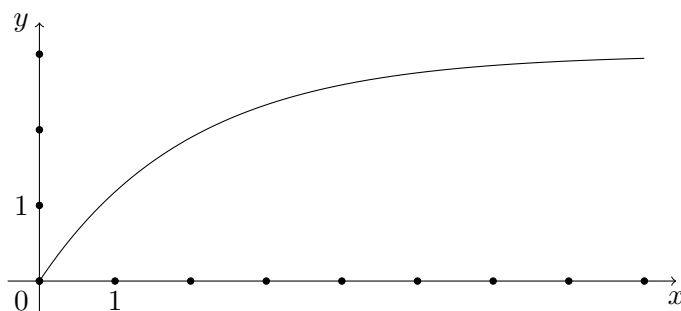
3.1.2 Bestimme die Wahrscheinlichkeiten  $P(A \cup B)$  und  $P_A(B)$ .

3.1.3 Ermittle den Wert für  $P(A \cap \bar{B})$  so, dass die Ereignisse  $A$  und  $B$  stochastisch unabhängig werden, während die Randwahrscheinlichkeiten  $P(A) = 0,6$  und  $P(\bar{B}) = 0,3$  unverändert bleiben.

## 3.2 Analysis

Gegeben ist das Schaubild  $K$  der Funktion  $f$  mit:

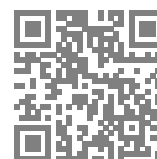
$$f(x) = 3 - 3 \cdot e^{-0,5 \cdot x}$$



3.2.1 Gib an, durch welche Transformationen  $K$  aus dem Schaubild von  $g$  mit  $g(x) = e^x$  entsteht.

3.2.2 Weise rechnerisch nach, dass  $K$  für  $x \in \mathbb{R}$  keine Wendepunkte besitzt.

3.2.3 Berechne den Flächeninhalt der Fläche zwischen  $K$  und  $y = 3$  für  $x \geq 0$ .



## 4 Erwartungshorizont 2

## 4.1 Stochastik

## 4.1.1 Wertetabelle:

	$B$	$\bar{B}$	
$A$	0,5	0,1	0,6
$\bar{A}$	0,2	0,2	0,4
	0,7	0,3	1,0

## 4.1.2

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,6 + 0,7 - 0,5 = 0,8$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{0,5}{0,6} = \frac{5}{6}$$

4.1.3 Aus der stochastischen Unabhängigkeit folgt:  $P(A) \cdot P(B) = P(A \cap B)$  Also ist  $0,6 \cdot 0,7 = 0,42$  und es gilt:

$$P(A \cap \bar{B}) = 0,6 - 0,42 = 0,18$$

## 4.2 Analysis

4.2.1 Spiegelung an der  $y$ -Achse und Streckung in  $x$ -Richtung, Spiegelung an der  $x$ -Achse und Streckung in  $y$ -Richtung, danach Verschiebung um 3 Einheiten in positive  $y$ -Richtung.

4.2.2 Da  $e^x > 0$  für  $x \in \mathbb{R}$  gilt:

$$f''(x) = -0,75 \cdot e^{-0,5 \cdot x} \neq 0$$

4.2.3 Für den Flächeninhalt  $A$  gilt:

$$A = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b (3 \cdot e^{-0,5 \cdot x}) \cdot dx = \lim_{b \rightarrow \infty} [-6 \cdot e^{-0,5 \cdot x}]_0^b = 6$$

## 4.3 Impulse

4.3.1 Berechnung von  $P_B(\bar{A})$ .

4.3.2 Beschreibung der geometrischen Bedeutung der zweiten Ableitung.

4.3.3 Ermittlung einer transformierten Funktion mit schiefer Asymptote.



5 Aufgabensatz 3

5.1 Analysis

Gegeben ist die Funktion  $f$  mit:

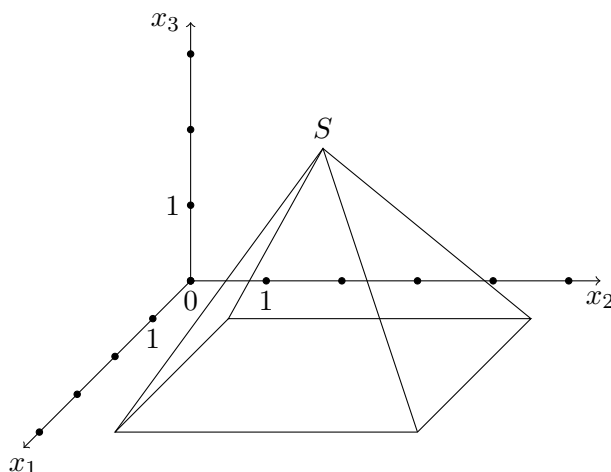
$$f(x) = 2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot x\right) + 2$$

Ihr Schaubild sei  $K$ .

- 5.1.1 Skizziere  $K$  für  $x \in [-2; 2]$  in ein geeignetes Koordinatensystem.
- 5.1.2 Ermittle eine Wendetangente von  $K$ .
- 5.1.3 In die Fläche, die  $K$  mit der  $x$ -Achse einschließt, wird ein zur  $y$ -Achse symmetrisches Rechteck  $R$  einbeschrieben. Beschreibe, wie man den größtmöglichen Flächeninhalt von  $R$  bestimmen kann.

5.2 Analytische Geometrie

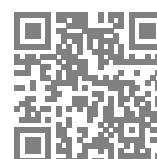
Eine Pyramide  $P$  mit rechteckiger Grundfläche  $G$  in der  $x_1x_2$ -Ebene hat die Höhe  $h = 3$ .



- 5.2.1 Gib einen Rechenterm für die Berechnung der Mantelfläche von  $P$  an.
- 5.2.2 Die nach oben laufenden Kanten der Pyramide werden zu Geraden verlängert. Untersuche, wie diese Geraden zur Geraden  $g$  liegen, wenn gilt:

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2,5 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

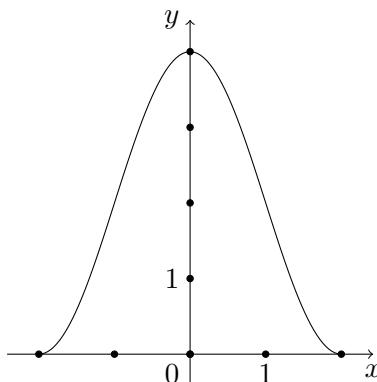
- 5.2.3 Die Pyramide wird durch die Ebene  $x_3 = 1,5$  horizontal geschnitten. Erläutere, warum die obere Teilpyramide nur ein Achtel des Gesamtvolumens besitzt.



6 Erwartungshorizont 3

6.1 Analysis

6.1.1 Skizze:



6.1.2 Da  $f'(1) = -\pi \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = -\pi$  ist eine mögliche Wendetangente  
 $t: y = -\pi \cdot x + 2 + \pi$

6.1.3 Aufstellen der Flächeninhaltsformel abhängig vom Eckpunkt  $B(u|f(u))$   
 liefert:

$$A(u) = 2 \cdot u \cdot \left(2 \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot u\right) + 2\right)$$

Nullstelle der Ableitung liefert  $u$  und somit  $A_{\max}$ .

6.2 Analytische Geometrie

6.2.1  $M = 3\sqrt{13} + 4\sqrt{11,25}$

6.2.2 Da die Gerade  $g$  für  $r = 3$  direkt über  $S(2,5|3|3)$  durch  $G(2,5|3|6)$  auf einer Ebene parallel zu den Grundseitenkanten verläuft, sind die Seitengeraden zu  $g$  windschief, da sie diese Ebene nur in  $S$  schneiden.

6.2.3 Da sich durch die Halbierung der Höhe laut Strahlensatz auch die übrigen Kantenlängen halbieren, verringert sich das Volumen auf ein Achtel ( $0,5^3 = 0,125$ ) des ursprünglichen Wertes.

6.3 Impulse

6.3.1 Erläuterung des Zusammenhanges zwischen den Schaubildern der Sinus- und Kosinusfunktion.

6.3.2 Beschreibung der rechnerischen Lageuntersuchung von Geraden.

6.3.3 Berechnung des Schattenpunktes in der  $x_1x_2$ -Ebene.

