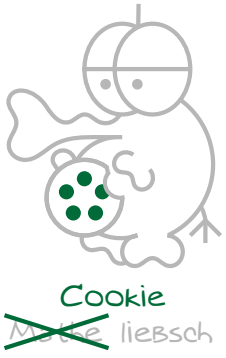
BPE 2 Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kenntnisse über lineare und quadratische Funktionen auf Potenzfunktionen mit ganzzahligen und gebrochenen Hochzahlen. Sie entdecken die charakteristischen Eigenschaften der Graphen dieser Funktionen und setzen diese in Beziehung zum Funktionsterm. Die Schülerinnen und Schüler erweitern ihre Kenntnisse über quadratische Funktionen, führen Transformationen ausgehend von Parabeln auch an Graphen anderer Potenzfunktionen durch und stellen diese in Zusammenhang mit dem Funktionsterm.



Potenzfunktionierung

Exposition

Komplikation
Motivierung

Peripetie
Sicherung Skizzierung
Sicherung Transformierung
Sicherung Gleichung

Retardation
Übung Skizzierung
Übung Transformierung
Übung Gleichung

Katastrophe
Testung

0 Motivierung

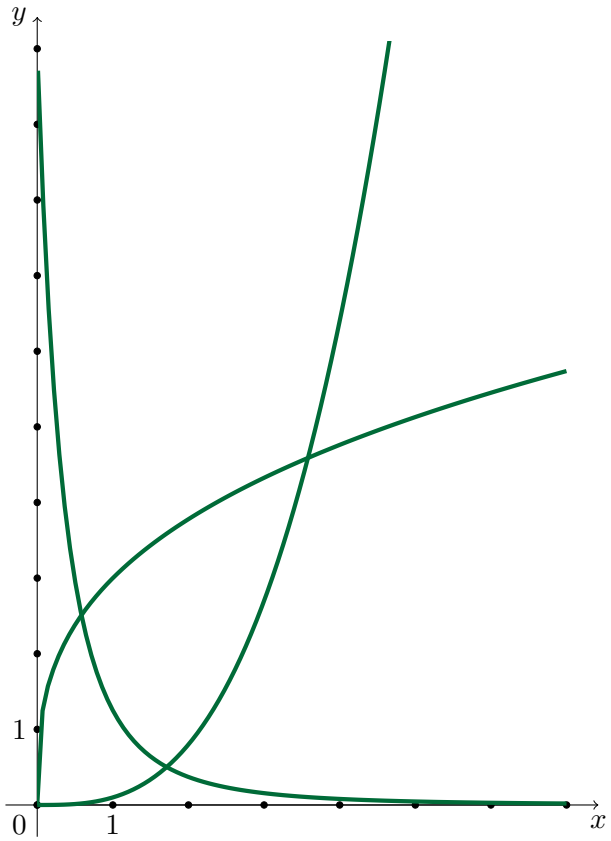
Bearbeite die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte. Dokumentiere und reflektiere deine Vorgehensweise.

Der Elefant frisst Cookies. Ordne die Funktionen den Graphen zu und beschreibe den Verlauf des Graphen im Sachkontext.

a: Zeit in Minuten $\rightarrow$ Anzahl vorhandener Cookies $\quad a(x) = 10 \cdot (x+1)^{-3}$

b: Zeit in Minuten $\rightarrow$ Zuckermenge im Elefantenblut $\quad b(x) = 0{,}1 \cdot x^3$

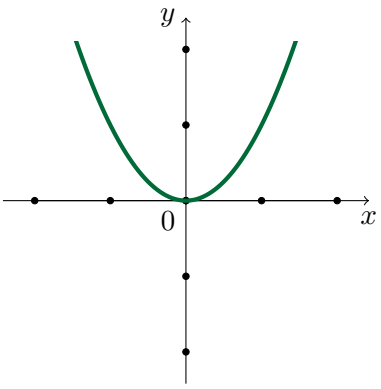
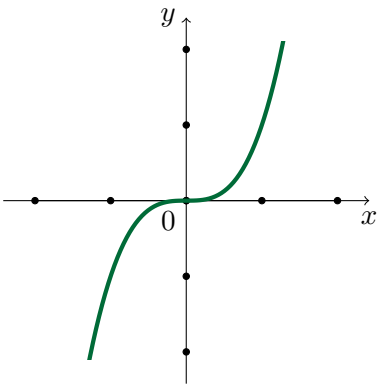
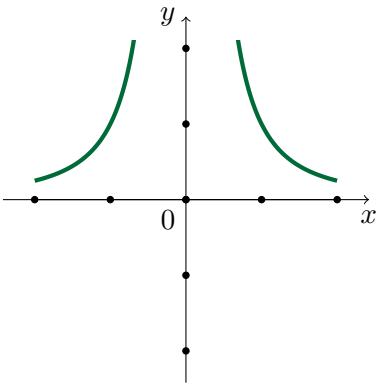
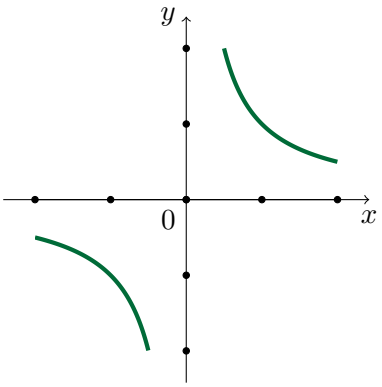
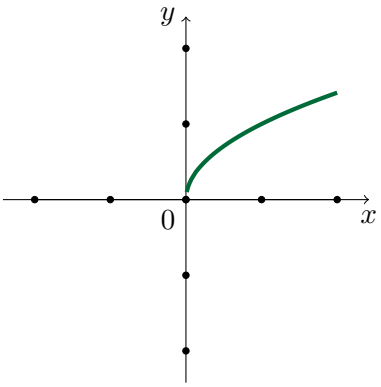
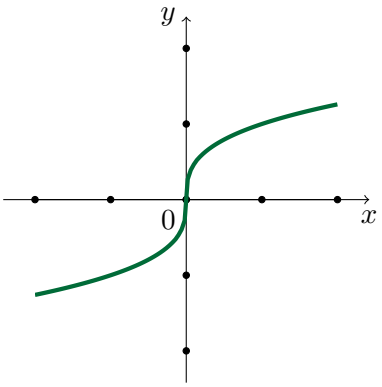
c: Zeit in Minuten $\rightarrow$ Sättigungsgefühl $\quad c(x) = 3 \cdot x^{\frac{1}{3}}$





1 Sicherung Skizzierung

Die Schülerinnen und Schüler skizzieren **Graphen** von **Potenzfunktionen**.
Sie ermitteln die **Eigenschaften** von Potenzfunktionen ausgehend von den Funktionstermen und Funktionsgraphen und erläutern den Stetigkeitsbegriff anschaulich anhand der Graphen von Potenzfunktionen.

$c = 2 \cdot n$		$c = 2 \cdot n + 1$
	$f(x) = x^c$	
	$f(x) = x^{-c}$	
	$f(x) = x^{\frac{1}{c}}$	

Die Koordinatenachsen sind Asymptoten, das heißt der Graph nähert sich den Koordinatenachsen beliebig nahe an!

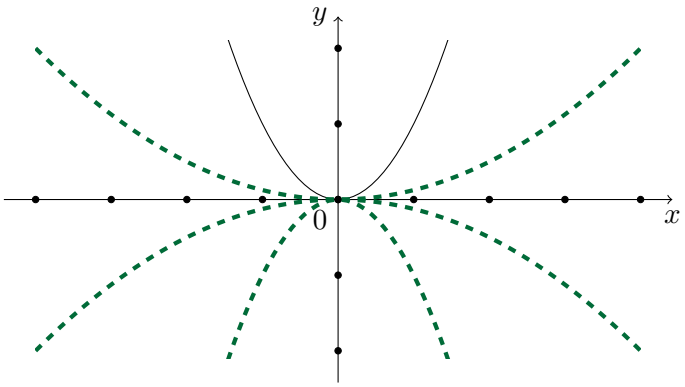


2 Sicherung Transformierung

Die Schülerinnen und Schüler beschreiben anhand von Funktionstermen und Funktionsgraphen wie ein Graph mittels Transformationen - unter Berücksichtigung der Reihenfolge - aus dem Graphen der unten aufgeführten Funktionen entsteht. Sie geben zu einer verbal oder grafisch gegebenen Transformation den zugehörigen Funktionsterm an.

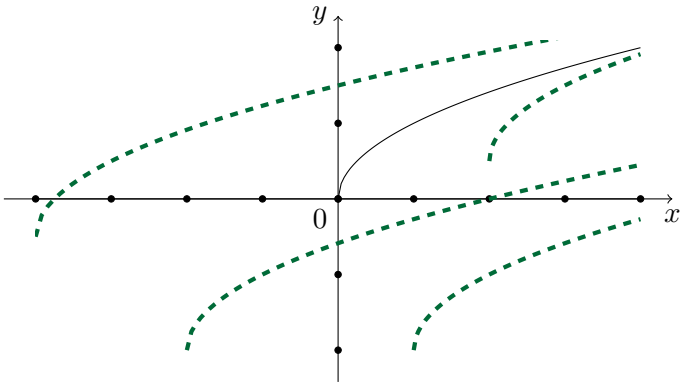
$$f(x) = t \cdot x^c$$

Streckung!



$$f(x) = (x - a)^c + b$$

Verschiebung!



3 Sicherung Gleichung

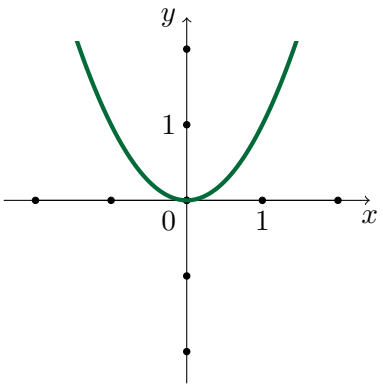
Die Schülerinnen und Schüler bestimmen Lösungen einfacher Potenzgleichungen algebraisch. Sie begründen die Notwendigkeit einer Probe beim Lösen einer Wurzelgleichung.

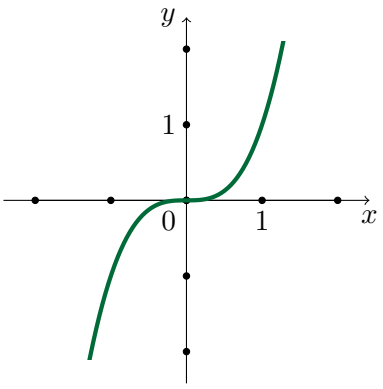


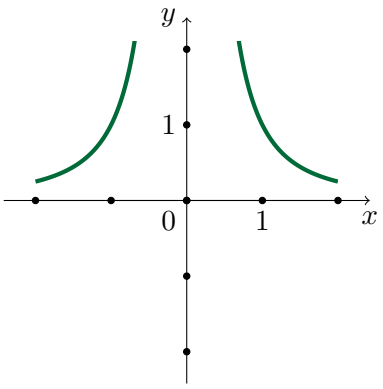
4 Übung Skizzierung

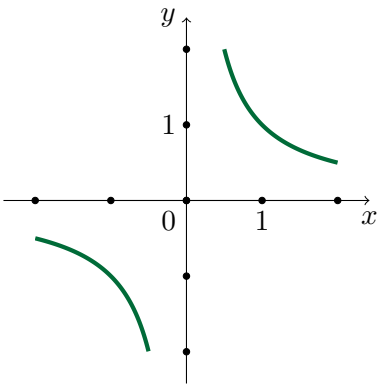
4.0 Entscheide, zu welchem Graph die Funktionsgleichung jeweils gehört.

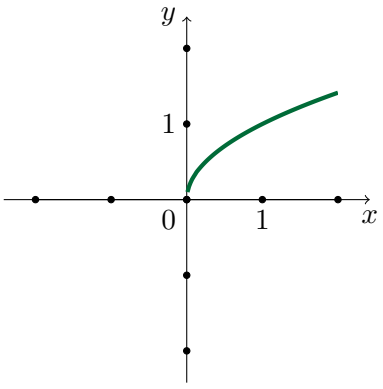
$$a(x) = x^{-1} \qquad b(x) = x^{\frac{1}{3}} \qquad c(x) = x^2 \qquad d(x) = x^{\frac{1}{2}} \qquad e(x) = x^3$$

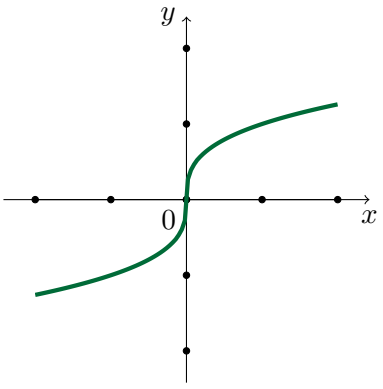






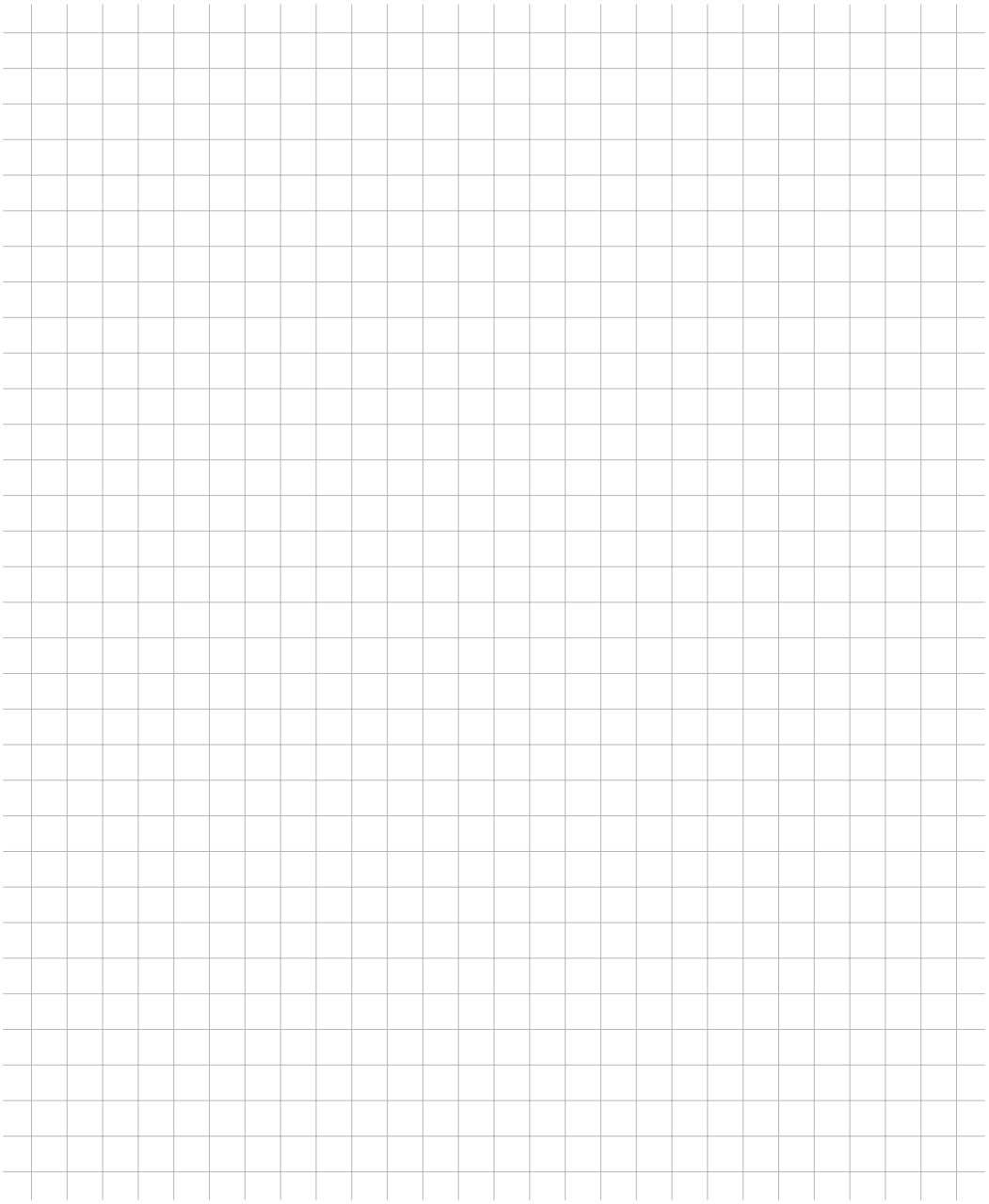






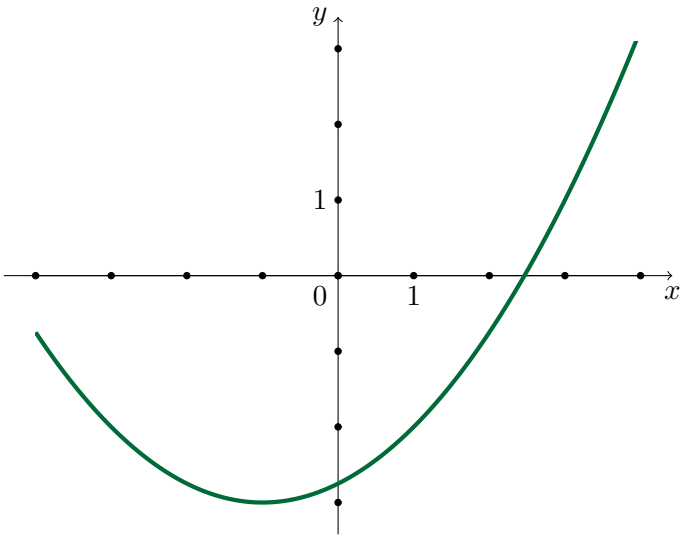
4.1 Skizziere die Graphen der Funktionsgleichungen in ein geeignetes Koordinatensystem mit $-2 \leq x, y \leq 2$ wobei eine Längeneinheit zwei Zentimetern entspricht.

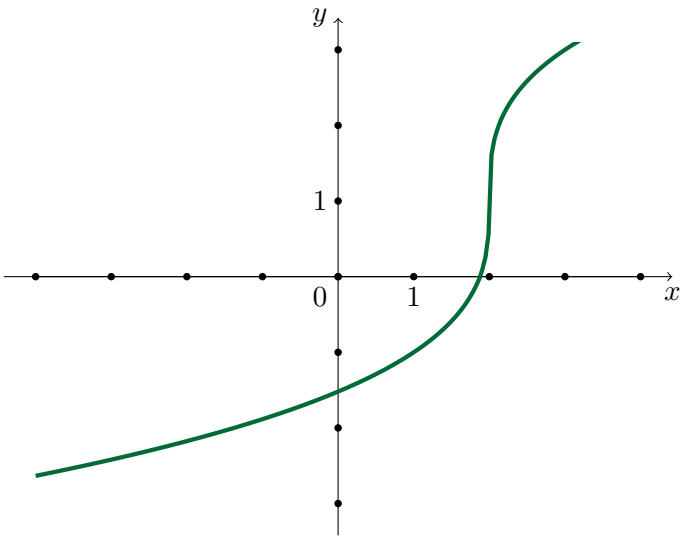
$$a(x) = \frac{1}{16} \cdot x^5 \qquad b(x) = 2 \cdot x^{-3} \qquad c(x) = \sqrt{2} \cdot x^{0,5}$$





4.2 Gib zum Graph jeweils eine mögliche Funktionsgleichung an.





4.3 Untersuche, welche Potenzfunktionen achsensymmetrisch zur y-Achse ($f(x) = f(-x)$) und welche Potenzfunktionen punktsymmetrisch zum Ursprung ($f(x) = -f(-x)$) sind.

4.4 Der Bildungsplan definiert den Begriff der Stetigkeit durch: 'Zeichnen des Graphen ist ohne Absetzen des Stifts möglich'. Gib an, auf welchen Intervallen die Graphen der Funktionen a und b stetig sind, wenn gilt:

$$a(x) = \sqrt{x} \qquad b(x) = x^{-2}$$

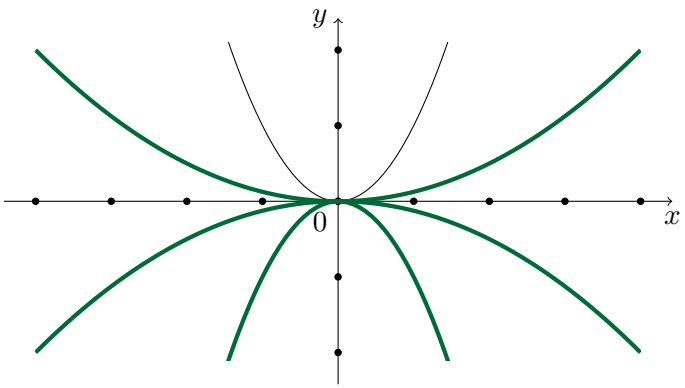
Gib eine formale Definition von Stetigkeit an.



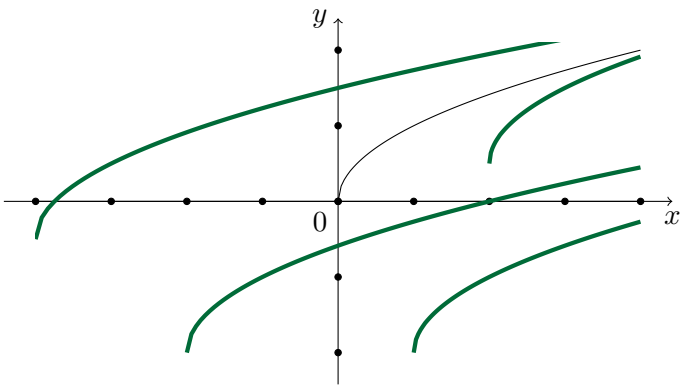
5 Übung Transformierung

5.0 Ermittle mit Hilfe der transformierten Graphen von f mögliche Werte von $t, a, b \in \mathrm{R}$.

$$f(x) = t \cdot x^2$$

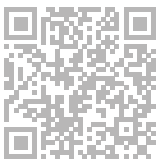


$$f(x) = (x - a)^{\frac{1}{2}} + b$$



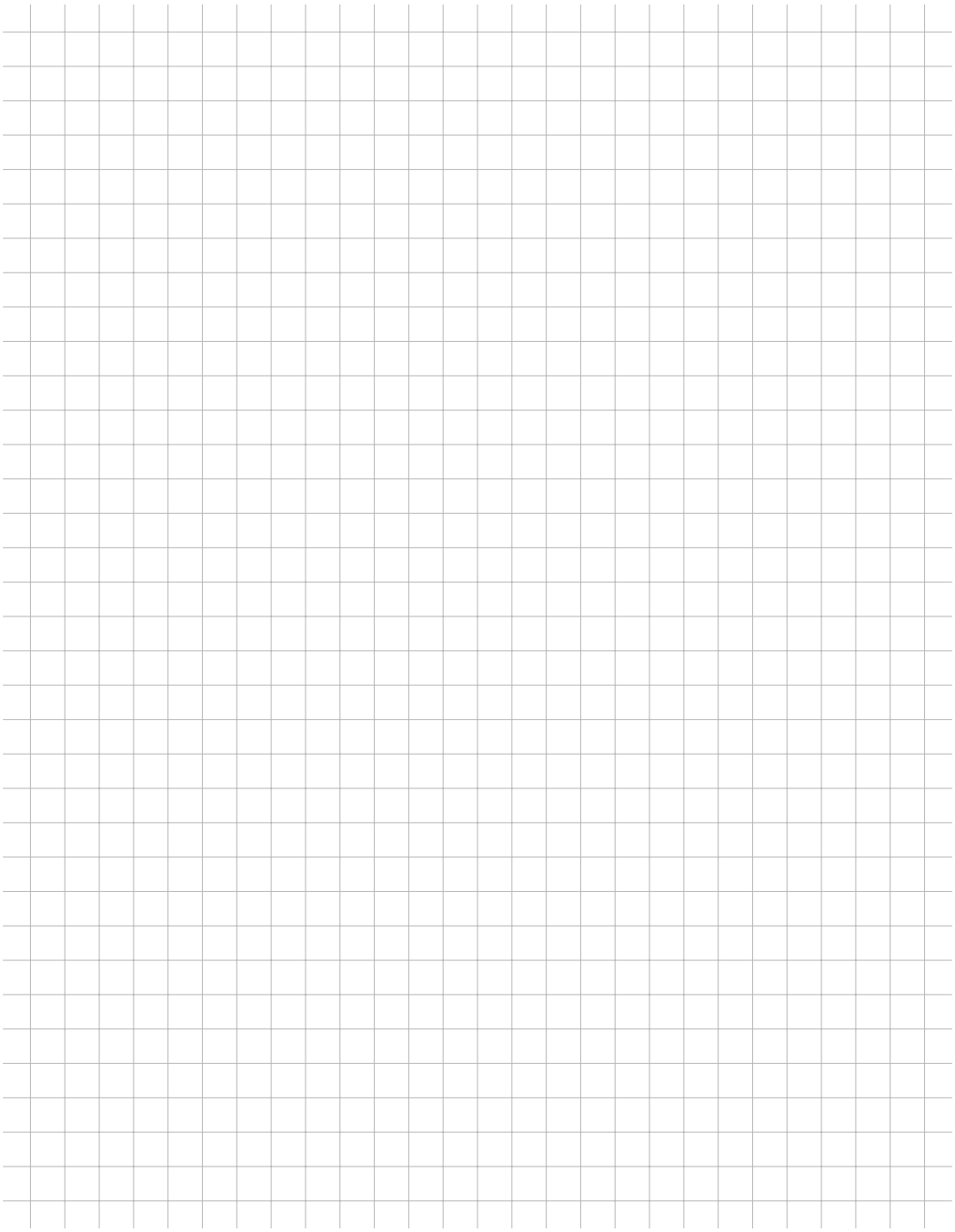






5.1 Gib jeweils die Transformation an und skizziere die Graphen der Funktionen in ein gemeinsames Koordinatensystem mit $0 \leq x, y \leq 8$.

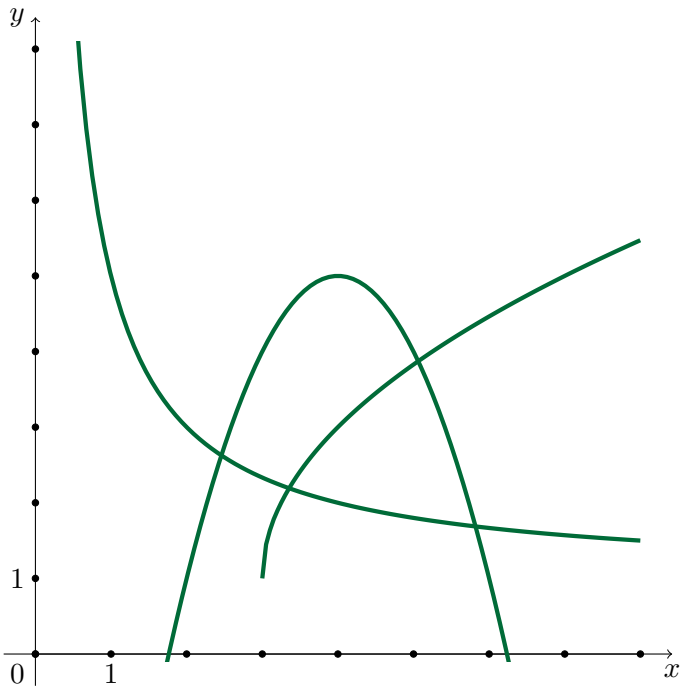
$$a(x) = (x-2)^2 \qquad b(x) = 8 \cdot x^{-1} \qquad c(x) = x^{\frac{1}{2}} + 1$$





5.2 Gib zu den Graphen jeweils die Funktionsgleichung einer Potenzfunktion an, die durch Transformation von a, b oder c entsteht, wenn gilt:

$$a(x) = x^2 \qquad b(x) = x^{-1} \qquad c(x) = x^{\frac{1}{2}}$$



5.3 Gib die Funktionsgleichung zweier verschiedener Potenzfunktionen an, deren Graphen sich nicht schneiden, deren Asymptoten sich aber in $S(3|3)$ schneiden.

5.4 Gib die Funktionsgleichung einer Funktion an, deren Graph bei jeder natürlichen Zahl eine senkrechte Asymptote hat.



6 Übung Gleichung

6.0 Gib jeweils die Lösungen der Gleichung an.

6.0.0 $x^2 = 4$

6.0.1 $x^3 = 27$

6.0.2 $x^{-2} = \frac{1}{4}$

6.0.3 $x^{-3} = 8$

6.0.4 $\sqrt{x} = 5$

6.0.5 $\sqrt[3]{x} = 4$

6.1 Gib jeweils die Lösungen der Gleichung an.

Aufgaben laut Bildungsplan!

6.1.0 $x^3 = -5$

6.1.1 $x^4 = 6$

6.1.2 $x^{-2} = 8$

6.1.3 $x^{-2} = -8$

6.1.4 $\sqrt{x} = 4$

6.1.5 $\sqrt{x-1} = -1$



6.2 Berechne jeweils die Lösungen der Gleichung.

6.2.0

$$3 \cdot x^2 + 1 = 4$$

6.2.1

$$\frac{1}{3}x^3 - 2 = 7$$

6.2.2

$$4 \cdot x^{-2} = 1$$

6.2.3

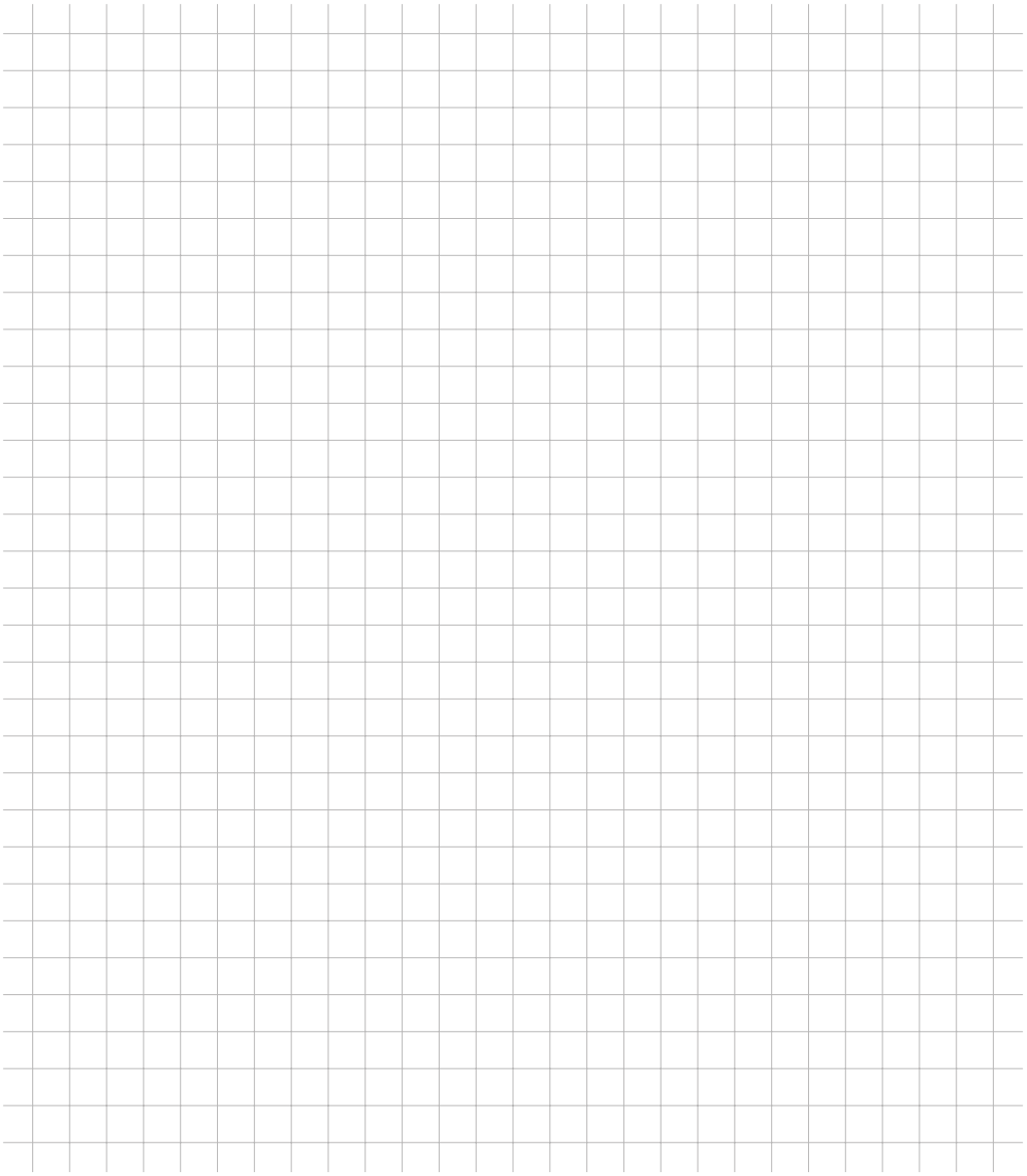
$$4 \cdot x^{-3} + 2 = \frac{5}{2}$$

6.2.4

$$\sqrt{x} - 3 = 4$$

6.2.5

$$4 \cdot \sqrt[3]{x} + 8 = 20$$





6.3 Berechne die Lösungen.

6.3.0

$$\sqrt{x} = x - 2$$

6.3.1

$$\sqrt{3x + 1} = x - 3$$

6.3.2

$$\sqrt{x + 2} = x - 4$$

6.3.3

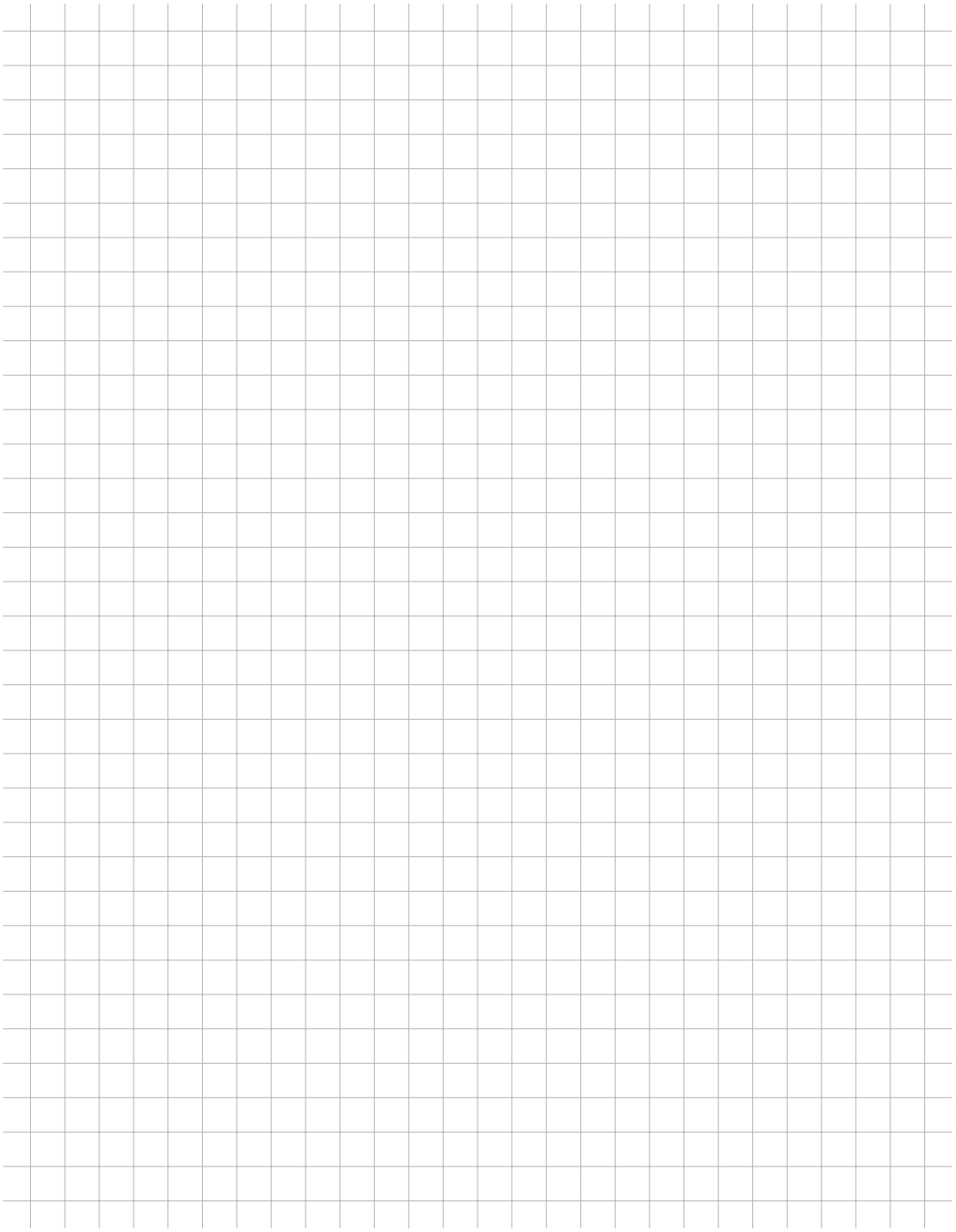
$$\sqrt{2x + 3} = x$$

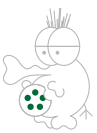
6.4 Erläutere, warum bei Wurzelgleichungen eine Probe notwendig ist.



6.5 Untersuche, welche geometrische Gemeinsamkeit die Funktionen f und g für $a, b \in \mathrm{R}$ haben, wenn gilt:

$$f(x) = a \cdot x + b \qquad g(x) = \sqrt{a \cdot x + b}$$





7 Testung

7.0 Gib an, welcher Graph zur Funktion f gehört und berechne, wann f den Wert 11 annimmt, wenn gilt:

$$f(x) = \sqrt{3 \cdot x - 5}$$

